## Meerkeuzevragen

1. Hoeveel voorkomens van vrije variabelen bevat de volgende formule?

$$\exists z(\forall xy(Pxz \to Qu) \wedge \forall u(Pxz \to Qu)).$$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

2. Welke van de twee volgende beweringen zijn waar?

$$\exists z(\forall xy(Px, z \to Qu) \wedge \forall u(Px, z \to Qu)).$$

*i)* $f(x, y)$ is vrij voor $z$.

*ii)* $f(x, y)$ is vrij voor $u$.

(a) Geen van beiden.
(b) Alleen *i)*.
(c) Alleen *ii)*.
(d) Beiden.

3. Laat $t = f(x, y)$. De uitkomst van

$$(\ \forall xy[\exists zP(x, z) \to Q(z)]\ )[t/z]$$

is

(a) $\forall xy[\exists zP(x, z) \to Q(z)]$.
(b) $\forall xy[\exists zP(x, f(x, y)) \to Q(z)]$.
(c) $\forall xy[\exists zP(x, z) \to Q(f(x, y))]$.
(d) $\forall xy[\exists zP(x, f(x, y)) \to Q(f(x, y))]$.

4. In een interpretatie $I$ krijgen de predikaten"$+$" hun "$=$" hun gebruikelijke betekenis, te weten optelling en gelijkheid. Voor het domein $D$ en de bedeling $v$ zijn er vier keuzes:

| $D$ | $v(x)$ | $v(y)$ |
|---|---|---|
| $\mathbb{N}$ | 1 | 8 |
| $\mathbb{N}$ | 8 | 1 |
| $\mathbb{Z}$ | 1 | 8 |
| $\mathbb{Z}$ | 8 | 1 |

Voor hoeveel van deze keuzes geldt $I, v \models \exists y(x + y = 2)$?

(a) Minder dan 2. (c) 3
(b) 2 (d) 4

5. Welke van de twee volgende beweringen zijn waar?

*i)* De formule $\forall y \exists x Rxy$ is vervulbaar.

*ii)* De formule $\forall y \exists x Rxy$ is contingent.

(a) Geen van beiden.
(b) Alleen *i)*.
(c) Alleen *ii)*.
(d) Beiden.

6. Welke van de volgende implicaties geldt ook omgekeerd, d.w.z. van rechts naar links?

(a) $\forall xPx \vee \forall xQx \ \to\ \forall x(Px \vee Qx)$.
(b) $\exists x(Px \vee Qx) \ \to\ \exists xPx \vee \exists xQx$.
(c) $\forall x(Px \to Qx) \ \to\ (\forall xPx \to \forall xQx)$.
(d) $(\exists xPx \to \exists xQx) \ \to\ \exists x(Px \to Qx)$.

7. Pieter beweert dat elke welgevormde formule uit de predikatenlogica kan worden getest op vervulbaarheid door deze te analyseren met een semantisch tableau. Heeft hij gelijk?

(a) Ja, als alle **universele** constanten in universele formules zijn geïnstantieerd en het tableau blijft open, dan kan de tableau-ontwikkeling worden gestopt (en kan worden geconcludeerd dat de onderzochte formule vervulbaar is).
(b) Ja, als alle **existentiële** constanten in universele formules zijn geïnstantieerd en het tableau blijft open, dan kan de tableau-ontwikkeling worden gestopt (en kan worden geconcludeerd dat de onderzochte formule vervulbaar is).
(c) Nee, het tableau kan open blijven zonder uitsluitsel te geven over vervulbaarheid.
(d) Nee, de tableau-methode kan zoiezo niet worden gebruikt om vervulbaarheid aan te tonen.

8. Welke van de twee volgende beweringen zijn waar?

*i)* $\forall x \exists y(\forall zRxyz \to \forall zQxz) \equiv \forall u \exists v(\forall wRuvw \to \forall wQuw)$

*ii)* $\forall x \exists y(\forall zRxyz \to \forall zQxz) \equiv \forall u \exists v(\forall wRuvw \to \forall yQuy)$

(a) Geen van beiden. (c) Alleen *ii)*.
(b) Alleen *i)*. (d) Beiden.

9. Een conventioneel tableau (zoals behandeld op college) voor $\forall x \exists y Pxy \to \exists y \forall x Pxy$

(a) Blijft open en produceert een oneindig tegen-model.
(b) Blijft open en produceert een eindig tegen-model.
(c) Sluit en produceert een eindig tegen-model.
(d) Sluit.

10. Harm beweert dat de verzameling van alle tautologieën uit de predikatenlogica opsombaar is. Hij stelt voor dit te doen door alle welgevormde formules quasi-parallel (met bv. dove-tailing) op te sommen en deze met de tableau-methode te testen op geldigheid. Heeft hij gelijk?

(a) Ja, de bewering en de methode zijn correct. Alle ware formules moeten op deze manier uiteindelijk verschijnen.
(b) Nee. Hoewel de bewering op zich correct is, is de voorgestelde methode dat niet. Het proces kan blijven hangen bij tableaus die oneindig doorgaan en niet willen sluiten.
(c) Nee, zowel de bewering als de methode zijn niet correct. Om te beginnen is het al onmogelijk alle welgevormde formules op te sommen.
(d) Nee, zowel de bewering als de methode zijn niet correct. Het proces kan blijven hangen bij tableaus die oneindig doorgaan en niet willen sluiten.

11. We bekijken de tableau-methode in predikatenlogica. Wat is het gemakkelijkst te bewijzen?

(a) Eindigheid. (c) Volledigheid.
(b) Gezondheid. (d) Het maakt niet uit.

12. We bekijken natuurlijke deductie volgens Fitch in predikatenlogica. Wat is het gemakkelijkst te bewijzen?

(a) Eindigheid. (c) Volledigheid.
(b) Gezondheid. (d) Het maakt niet uit.

13. Bekijk

$$\models \varphi \quad \Rightarrow \quad \models \forall x \varphi.$$

Deze bewering is waar voor ...

(a) ... geen enkele variable $x$.

(b) ... alle variabelen $x$ die gebonden zijn in $\varphi$.

(c) ... alle variabelen $x$ die vrij zijn zijn in $\varphi$.

(d) ... alle variabelen $x$.

14. Is het hierna volgende bewijs van

$$\exists x(Px \wedge Qx) \models \exists x Px \wedge \exists y Qy$$

correct? (We doelen op zowel de afgeleide formules als op de rechtvaardigingen.) Zo nee, lokaliseer de foute regel.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $\exists x(Px \wedge Qx)$ | assumptie |
| 2. | $\quad Pa \wedge Qa$ | assumptie |
| 3. | $\quad Pa$ | G$\wedge$, 2 |
| 4. | $\quad Qa$ | G$\wedge$, 2 |
| 5. | $\quad \exists x Px$ | I$\exists$, 3 |
| 6. | $\quad \exists y Qy$ | I$\exists$, 4 |
| 7. | $\quad \exists x Px \wedge \exists y Qy$ | I$\wedge$, 5, 6 |
| 8. | $(Pa \wedge Qa) \rightarrow (\exists x Px \wedge \exists y Qy)$ | I$\rightarrow$ |
| 9. | $\exists x Px \wedge \exists y Qy$ | G$\exists$, 1, 8 |

(a) Ergens op regel 3, 4, 5, 6 is een fout.

(b) Ergens op regel 7, 8 is een fout.

(c) Regel 9 is fout.

(d) Het bewijs is correct.

15. Is het hierna volgende bewijs van

$$\exists x Pxx \models \forall x \exists y Pay$$

correct? (We doelen op zowel de afgeleide formules als op de rechtvaardigingen.) Zo nee, lokaliseer de foute regel.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $\exists x Pxx$ | assumptie |
| 2. | $\quad Paa$ | assumptie |
| 3. | $\quad \exists y Pay$ | I$\exists$, 2 |
| 4. | $Paa \rightarrow \exists y Pay$ | I$\rightarrow$, 2–3 |
| 5. | $\exists y Pay$ | G$\exists$, 1, 4 |
| 6. | $\forall x \exists y Pay$ | I$\forall$, 5 |

(a) Regel 3 is fout.

(b) Regel 4 is fout.

(c) Regel 5 is fout.

(d) Het bewijs is correct.

16. In de loop van de geschiedenis van de informatica was van een aantal problemen niet duidelijk of deze beslisbaar waren. Hoeveel problemen uit deze lijst bleken uiteindelijk **NIET** beslisbaar?

*i)* Het geldigheidsprobleem in de propositielogica.

*ii)* Het geldigheidsprobleem in de predikatenlogica.

*iii)* Het stop-probleem.

*iv)* Het stop-probleem op een vooraf gedefinieerde eindige verzameling van programma's en input-strings.

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) Meer dan 2.

17. Laat $A \subseteq \mathbb{N}$. Welke uitspraak is **ONWAAR**?

(a) $A$ is semi-beslisbaar $\Leftrightarrow$ $A$ is opsombaar.

(b) $A$ is semi-beslisbaar $\Leftrightarrow$ $A^C$ is opsombaar.

(c) $A$ is beslisbaar $\Leftrightarrow$ $A^C$ is beslisbaar.

(d) $A$ is beslisbaar $\Leftrightarrow$ $A$ en $A^C$ zijn opsombaar.

18. $X$ en $Y$ zijn opsombaar. Welke van de twee volgende beweringen zijn waar?

*i)* $X \times Y$ is opsombaar.

*ii)* $Y \backslash X$ is opsombaar

(a) Geen van beiden.

(b) Alleen *i)*.

(c) Alleen *ii)*.

(d) Beiden.

19. Welke van de twee volgende beweringen zijn waar?

*i)* Iedere oneindige opsombare verzameling kan worden gerepresenteerd als het beeld van een totale berekenbare injectieve functie.

*ii)* Iedere oneindige opsombare verzameling bevat een oneindige beslisbare deelverzameling.

(a) Geen van beiden.

(b) Alleen *i)*.

(c) Alleen *ii)*.

(d) Beiden.

20. Een stuk code in een inputloos (en deterministisch) Java-programma wordt aangemerkt als *zinloos* of *disfunctioneel* (Eng.: *dead*), als deze nooit wordt bereikt bij de uitvoering van dat programma. Grote programma's bevatten vaak veel zinloze stukken code, en het zou handig zijn als compilers (alle) zinloze stukken code zouden kunnen markeren (bijvoorbeeld geel aanstrepen).

Iemand wil door middel van een reductie-argument aantonen dat er geen controleprogramma $E/1$ kan bestaan dat (alle) zinloze stukken code markeert in inputloze Java-programma's. Dat kan door het volgende te doen:

(a) Reduceer het inputloze stop-probleem naar het zinloze code probleem.

(b) Reduceer het zinloze code probleem naar het stop-probleem.

(c) Reduceer het zinloze code probleem naar het inputloze stop-probleem.

(d) Wat deze persoon wil is onmogelijk.

Met "reduceer $X$ naar $Y$" wordt bedoeld: beargumenteer het bestaan van een algoritme dat elke instantie van probleem $X$ converteert naar een instantie van probleem $Y$.

Einde van de meerkeuzevragen. Er zijn ook nog open vragen.