Antwoorden Tussentoets ELE NS 1003B, 6 maart 2006

1a) Bij I en III vallen de zwaartepunten van positieve en negatieve lading samen, het dipool moment is nul. Bij II is het dipoolmoment $\vec{p} = q\vec{d}$

1b) I: parallel aan de z-as, van de lading af gericht. II: loodrecht op de z-as, naar de onderrand van de blz. gericht. III: parallel aan de z-as, van de ladingsverdeling af gericht.

1c)

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q}{z^2} - \frac{2q\cos\varphi}{z^2+d^2}\right)\hat{z} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z^2} - \frac{z}{\left(z^2+d^2\right)^{3/2}}\right)\hat{z}$$

$$= \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z^2} - \frac{z}{\left(z^2(1+\frac{d^2}{z^2})\right)^{3/2}}\right)\hat{z} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z^2}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{d^2}{z^2}\right)^{3/2}}\right)\hat{z}$$

substitueer a= d^2/z^2. a is nu zeer klein. Je kunt de tweede term tussen haakjes ontwikkelen met de taylorreeks, en alle termen behalve de eerste term ongelijk nul verwaarlozen:

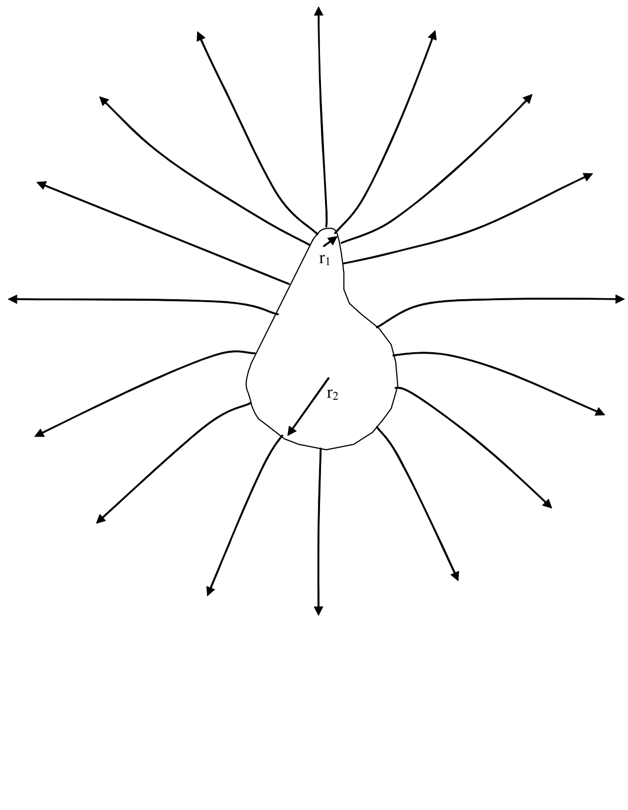
$$\frac{1}{\left(1+a\right)^{3/2}} \approx 1 - \frac{3}{2}a = 1 - \frac{3d^2}{2z^2}$$

$$\vec{E}(z) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z^2}\left(1 - \left(1 - \frac{3d^2}{2z^2}\right)\right)\hat{z} = \frac{3qd^2}{4\pi\varepsilon_0 z^4}\hat{z}$$

2a) De grootste veldsterkte treedt op bij de scherpe punt. Verklaring: het hele metaaloppervlak heeft dezelfde potentiaal V. Het veld dicht bij de scherpe punt zal afvallen als het veld van een bol met straal r_1 (zie onder) en potentiaal V. Het veld dicht bij de grote bolling zal afvallen als het veld van een bol met straal r_2 en potentiaal V.

2b) De hoogste ladingsdichtheid treedt op bij de scherpe punt omdat de veldsterkte direct boven een geleideroppervlak = σ/ε_0

2c) Let op de volgende kenmerken: a) op grote afstand veld als van puntlading; b) direct boven oppervlak veld loodrecht op oppervlak, c) veldlijndichtheid het grootst bij scherpe punt:



3a) kies cilindrisch gaussdoosje concentrisch met draad. Vlak loodrecht op draad is symmetrievlak, dus flux door beide deksels is nul. Cilindersymmetrie, dus veld radieel gericht: $\oint \vec{E}.d\vec{A} = EA = E2\pi r\ell = \frac{\lambda\ell}{\varepsilon_0}$

dus: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}$

3b) r<R$_1$, en r>R$_2$R -> E=0.

R$_1$<r<R$_2$: $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}\hat{r}$

3c) $V = \displaystyle\int_{r_1}^{r_2} \vec{E}.d\hat{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r}dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$

3d) $\vec{F}_{\text{per meter}} = -\vec{E}\lambda = \dfrac{-\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r_2}\hat{r}$