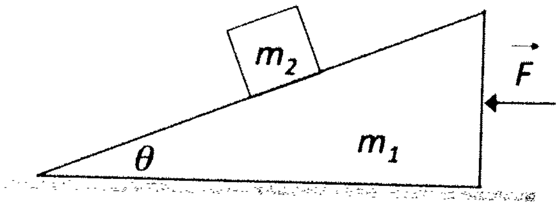
Eindtoets Mechanica 1 - 8 november 2013 - 13.30-16.30

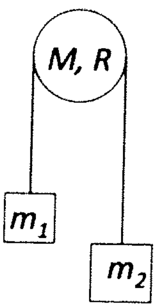
- Zet je naam en studentnummer op elk vel dat je inlevert
- Geef volledige uitwerkingen, sla geen stappen over
- Schrijf duidelijk en vermijd doorhalingen
- *Veel succes!*

Opgave 1: Wetten van Newton (20 punten)

a) Een blok met massa m_2 staat op een wigvormig blok met massa m_1 en een hoek θ. Blok m_1 bevindt zich op een wrijvingsloos oppervlak, en er is ook geen wrijving tussen beide blokken. Een horizontale kracht F wordt uitgeoefend op het onderste blok. Beide blokken bewegen.



Bij welke hoek θ beweegt blok m_2 niet ten opzichte van blok m_1? Druk je antwoord uit in F, m_1, m_2 en/of g.



b) Twee massa's, m_1 en m_2 waarbij $m_2 = 2m_1$, zijn verbonden door een massaloos koord dat over een katrol met massa M en straal R loopt. De katrol kan opgevat worden als een schijf die wrijvingsloos rondom zijn middelpunt kan draaien, en het koord loopt slipvrij over de katrol.

1) Maak krachtendiagrammen voor de afzonderlijke massa's en stel de bijbehorende kracht- en/of torsievergelijkingen op.

2) Leid een uitdrukking af voor de versnelling die het systeem ondergaat, in M, m_1 en g.

Opgave 2: Kracht en potentiële energie (20 punten)

Een deeltje met massa m kan alleen bewegen langs de positieve x–as. Op het deeltje werken twee krachten: een constante kracht B gericht naar de oorsprong en een van de oorsprong af gerichte afstotende kracht met grootte $F = A/x^3$. A en B zijn positieve constanten.

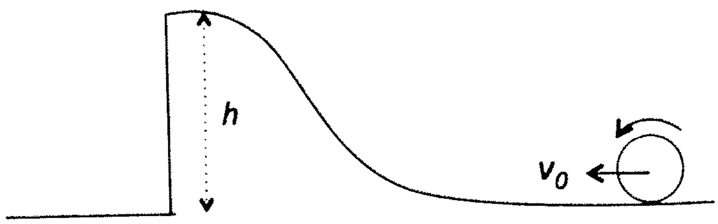
a) Geef een uitdrukking voor de potentiële energie $U(x)$ van de massa.

b) Schets de potentiële energie $U(x)$ als functie van x. Stel hierbij dat in het minimum de potentiële energie gelijk is aan nul. Als je onderdeel a) niet hebt kunnen uitrekenen of twijfelt over het antwoord neem dan het foutieve antwoord $U(x) = Ax + B/x$.

c) Bereken de positie x_0 waar een deeltje in stabiel evenwicht is. Leg ook uit waarom deze positie stabiel is.

d) Het deeltje heeft op de positie $x = x_0$ (zie onderdeel c), een snelheid v_0. Geef de algebraïsche vergelijking waarmee de uiterste punten van de beweging berekend kunnen worden (oplossen niet nodig).

Opgave 3: Rollen (20 punten)



Een massieve uniforme bal (massa m, straal r) rolt zonder slippen tegen een heuvel van hoogte h op. Vóór de heuvel heeft de bal een translatie-snelheid v_0. Bovenaan de heuvel rolt de bal over een kort horizontaal stukje, en daarna valt hij over de rand.

a) Bereken de snelheid van de bal bovenop de heuvel.

b) Hoe ver van de heuvel komt de bal op de grond?

c) Wat is op dat moment zijn translatiesnelheid?

d) Als je c) goed hebt berekend zul je zien dat de translatiesnelheid is toegenomen. Heeft de bal mechanische energie gewonnen, of is er iets anders aan de hand? Verklaar.

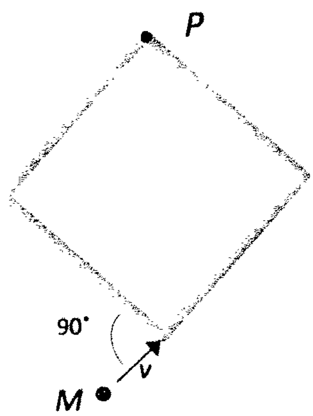
Opgave 4: Satelliet (20 punten)

Een satelliet met massa m legt een cirkelbaan om de aarde af met straal R. De snelheid van de satelliet is v_0. Dan botst de satelliet frontaal tegen een meteoriet met massa $5m$. Vlak voor het moment van botsen was de snelheid van de meteoriet 4/5 maal de snelheid van de satelliet, maar in precies tegengestelde richting. De botsing is inelastisch: satelliet en meteoriet gaan als één object verder.

a) Bereken de mechanische energie en het impulsmoment t.o.v. het centrum van de aarde van het samengestelde object (massa $6m$) na de botsing. Druk het antwoord uit in de grootheden G, de gravitatieconstante, M, m en R. Leg uit waarom de nieuwe baan een ellipsbaan is.

b) Bereken, uitgedrukt in R, de kortste (perihelium) en verste afstand (aphelium) van de baan tot het centrum van de aarde.

Opgave 5: Draaien (20 punten)



Een vierkant voorwerp bestaat uit vier aan elkaar bevestigde latjes, elk latje heeft een massa m en lengte l. Het voorwerp wordt plat op een horizontale wrijvingsloze tafel gelegd, en zodanig vastgemaakt dat het wrijvingsloos kan draaien om hoekpunt P. Een kogel met massa M en snelheid v wordt in een hoekpunt van de ruit geschoten zoals aangegeven in de figuur. De kogel blijft in het hoekpunt steken.

a) Leid eerst een uitdrukking af voor het traagheidsmoment van de ruit mét de kogel, ten opzichte van draaipunt P.

b) Bereken daarna de hoeksnelheid van de ruit t.o.v. draaipunt P ná de botsing, en druk je antwoord uit in m, M, v en/of l. Geef duidelijk aan welke behoudswet(ten) je hierbij gebruikt.