Julius Instituut
Universiteit Utrecht

TENTAMEN MECHANICA

Woensdag 18 december 2002, 14.00-17.00 uur

Ouderejaarsstudenten die merlb herkansen worden verzocht dit op het eerste blad aan te geven.

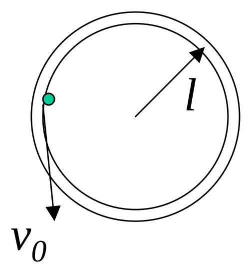
Opgave 1: Kogelslingeren (20 punten)
Het onderdeel kogelslingeren in de atletiek is een werpnummer waarbij een kogel van 7.25 kg aan een ketting met twee handen wordt rondgeslingerd en vervolgens losgelaten. Typische afstanden die mannelijke atleten bereiken zijn 85 meter. Voor de berekening in het vervolg nemen we aan dat de kogel vanaf de grond onder een hoek van 45° vertrekt en dat luchtwrijving verwaarloosbaar is. Noem de geworpen afstand s, de massa van de kogel m, de lengte van ketting+arm l en de valversnelling g. Reken met deze symbolen en vul pas op het laatste moment getallen in. Neem voor l, lengte ketting+arm van de atleet, 2 m en verwaarloos de massa van de ketting.

a) Maak een schatting van de spankracht in de armen van de atleet op het moment dat de kogel bij zo'n worp van 85 meter wordt losgelaten.

b) Ga na waar de atleet zich op moet richten om zo ver mogelijk te gooien, een zo groot mogelijke beginsnelheid van de kogel of een nauwkeurige lanceerhoek van 45°.

Opgave 2: Variabele wrijvingskracht (25 punten)

Een blok met massa m beweegt over een wrijvingsloze tafel. De beweging wordt echter beperkt door een vaste ring met straal l. Op het tijdstip $t = 0$ beweegt het blok langs de binnenkant van de ring (dus in de tangentiële richting) met snelheid v_0. De wrijvingscoëfficient tussen het blok en de ring is gelijk aan f.



a) Laat zien dat de grootte van de wrijvingskracht tussen blok en ring gelijk is aan cv^n, waarin v de tangentiële snelheid langs de ring is. Bepaal c en n.

b) Bereken de grootte van de snelheid van het blok als functie van de tijd.

c) Bereken de door het blok afgelegde weg als de snelheid tot de helft van de beginsnelheid is afgenomen.

Opgave 3: Realistische veer (25 punten)

Een veer met verwaarloosbare massa oefent bij een uitwijking x een kracht uit, gegeven door

$$F(x) = -k_1 x + k_2 x^2. \tag{1}$$

a) Bereken de potentiële energie U van de veer bij een uitwijking x. Neem $U = 0$ voor $x = 0$.

b) Er wordt gevonden dat de potentiële energie voor $x = -b$ het dubbele is van de waarde bij $x = b$. Druk k_2 uit in b en k_2.

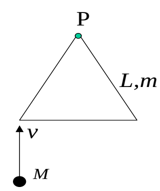
c) Maak een tekening van de potentiële energie als functie van x in de situatie van onderdeel b).

d) De veer ligt op een gladde horizontale tafel met één uiteinde vast. Een massa m wordt bevestigd aan het andere uiteinde en beweegt vanuit $x = 0$ in de positieve x-richting met kinetische energie $k_1 b^2/2$. Hoe snel beweegt de massa op het punt $x = +b$.

e) Wat zijn de uiterste waarden van x voor deze waarde van de energie? (Gebruik hiervoor de tekening van onderdeel c)).

Opgave 4: Roterende driehoek (30 punten)

Een gelijkzijdige driehoek gevormd door drie dunne latten, elk met massa m en lengte l, ligt op een vlakke wrijvingsloze tafel. De driehoek kan wrijvingsloos draaien om een vaste as door een van de hoekpunten (P) van de driehoek. Een kogel met massa M en snelheid v wordt in een hoekpunt van de driehoek geschoten zoals aangegeven in de figuur. De kogel blijft in de driehoek steken.



a) Bereken, vóór de botsing, het traagheidsmoment I van de driehoek ten opzichte van de draaias door P.

b) Welke van de drie mechanische behoudswetten: mechanische energie, impuls, impulsmoment, gelden er voor deze botsing? Motiveer bij elke behoudswet waarom deze wel of niet geldt in de gegeven situatie.

c) Bereken de hoeksnelheid van de driehoek t.o.v. het draaipunt P na de botsing.

d) Tijdens het indringen van de kogel oefent de driehoek op de kogel gedurende een zeer korte tijd een kracht uit. De driehoek komt in deze korte tijd vrijwel niet van zijn plaats. Bereken de krachtstoot, dit is de tijdsintegraal van de kracht: $\int \overrightarrow{F} dt$, die door de lat op de kogel wordt uitgeoefend. (Hint: beschouw de snelheid van de kogel na afloop van de botsing.)