Mathematisch Instituut, Faculteit Wiskunde en Informatica, UU.
In electronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A−Eskwadraat.
Het college WISB101 werd in 2002/2003 gegeven door J. van Oosten.

Wat is wiskunde? B (WISB101)
20 december 2002

- Zet op elk vel dat je inlevert je naam, en je studentnummer. Zet op het eerste vel ook de naam van je werkcollegeleider en het aantal vellen dat je inlevert.
- Alle opgaven tellen even zwaar.
- Het boek, college- of werkcollegeaantekeningen, rekenmachines e.d. mogen niet gebruikt worden.
- Wie aan de bonusregeling heeft meegedaan (5 van de 6 inleveropgaven goed) hoeft som 5 niet te maken. Het mag wel, en het hoogste tentamenresultaat zal dan worden toegekend. De anderen moeten som 5 wel maken.
- *SUCCES!*

Opgave 1

We bekijken de volgende functie f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$:
$f(0) = 0$, en voor $x \neq 0$ $f(x) = 1/x$.

a. Is f injectief?

b. Is f surjectief?

c. Bepaal de relatie f^{-1}. Is f^{-1} een functie? Verklaar je antwoord.

Opgave 2

a. Vind een oplossing $x \in \mathbf{Z}$ van het stelsel

$$x \equiv 2 \bmod 5$$
$$x \equiv 3 \bmod 7$$
$$x \equiv 5 \bmod 11.$$

b. Bepaal nu alle oplossingen in $\mathbf{Z}$ van dit stelsel. (Als je **a.** niet kan maken, kun je aannemen dat $x = 120$ een oplossing is.) Laat zien dat je alle oplossingen gevonden hebt.

Opgave 3

We bekijken functies $f : A \to B$ en $g : B \to C$. Stel $g \circ f$ is surjectief.

Is g surjectief? Zo ja, geef een bewijs, zo nee, geef een tegenvoorbeeld. (Bij een tegenvoorbeeld mag je A, B, C uiteraard zelf kiezen.)

Is f surjectief? Zo ja, geef een bewijs, zo nee, geef een tegenvoorbeeld.

Opgave 4

Geef van elk van de volgende verzamelingen aan of ze eindig, aftelbaar of overaftelbaar zijn. Geef een korte motivatie van je antwoord.

a. De rationale getallen tussen 0 en 1.

b. De rationale getallen tussen 0 en 1 met noemers tussen 1 en 6.

c. Alle functies van $\{0, 1\}$ naar $\mathbf{N}$. (Let wel: $\{0, 1\}$ bestaat alleen uit de elementen 0 en 1

d. Bewijs dat $\mathbf{R}$ en het gesloten interval [0,1] dezelfde kardinaliteit hebben.

Opgave 5

Zij p een priemgetal.

a. Definiëer de relatie $\sim$ op $\mathbf{Z}$ als volgt: $a \sim b$ betekent: $a^2 - b^2$ is deelbaar door p. Bewijs dat $\sim$ een equivalentierelatie is.

b. In hoeveel equivalentieklassen wordt $\mathbf{Z}$ door $\sim$ verdeeld?

c. Definieer de operatie * op $\mathbf{Z}/\sim$ door [a] * [b] = [ab].
Bewijs dat * goed gedefinieerd is.