In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A−Eskwadraat.
Het college WISB101 werd in 2006/2007 gegeven door diverse docenten.
Het tentamen is samengesteld/gemaakt door Dhr. Ruijgrok.

Wat is Wiskunde (hertentamen) (WISB101)
21 maart 2007

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je docent.
- Alle opgaven tellen even zwaar. Als je een onderdeel niet kunt maken, mag je het wel gebruiken in de volgende onderdelen.
- Het gebruik van hulpmiddelen (rekenmachine, boek, etc.) is niet toege-staan.
- Geef niet alleen de antwoorden maar laat ook zien hoe je aan je antwoord bent gekomen.

Opgave 1

Bepaal alle $x \in \mathbb{Z}$ die voldoen aan

$$x \equiv 1 \bmod 5,\ x \equiv\ 0 \bmod 7,\ x \equiv -1 \bmod 8.$$

Opgave 2

Laat $f : X \to Y$ een functie zijn. Neem aan dat er een functie $g : Y \to X$ bestaat zodat $f \circ g(y) = y$ voor alle $y \in Y$.

a) Laat zien dat f surjectief is.

b) Laat zien dat g injectief is.

Opgave 3

Laat f de reëelwaardige functie zijn die gegeven wordt door het volgende functievoorschrift:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

a) Laat D het natuurlijke domein van f zijn, d.w.z. de grootste deelverzameling van $\mathbb{R}$ waarop f goed gedefinieerd is. Bepaal D.

b) Is f injectief? Is f surjectief op $\mathbb{R}$? Zo nee, wat is het beeld van f?

c) Bepaal $f^{-1}(f([3, 4]))$.

Opgave 4

Laat $S = \{A \subset \mathbb{N} :\ 2 \in A, 3 \notin A\}$ (de deelverzamelingen van $\mathbb{N}$ die 2 wel, maar 3 niet bevatten).

a) Geef een injectieve functie $f : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \to S$.

b) Laat zien dat S en $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ dezelfde kardinaliteit hebben.

Opgave 5

Een gelijkzijdige driehoek heeft drie hoogtelijnen die elkaar snijden in het middelpunt van de driehoek.
Deze driehoek heeft de volgende symmetrieën: de spiegelingen in de drie hoogtelijnen, die we respectievelijk α, β en γ noemen en de rotaties rond het middelpunt met een hoek een geheel veelvoud van $2\pi/3$. De rotatie met een hoek $2\pi/3$ noemen we r.
De groep van de symmetrieën van de gelijkzijdige driehoek noemen we D_3 en heeft als elementen $D_3 = \{1, r, r^2, \alpha, \beta, \gamma\}$

a) Geef de volledige, 6 bij 6, vermenigvuldigingstabel van D_3.

b) Geef alle ondergroepen van D_3.

Opgave 6

Laat G een groep zijn met twee ondergroepen H_1, H_2 zodat $G = H_1 \cup H_2$.

a) Laat zien: als $H_1 \not\subset H_2$ dan $H_2 \subset H_1$ en als $H_2 \not\subset H_1$ dan $H_1 \subset H_2$

b) Laat zien dat uit (a) volgt dat $G = H_1$ of $G = H_2$.