Departement Wiskunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{T}\!\mathcal{B}\mathcal{C}$ van A–Eskwadraat.
Het college WISB121 werd in 2009-2010 gegeven door .

19-01-2010 (WISB121)
Tweede deeltentamen Lineaire Algebra A

Bij dit tentamen mag het dictaat niet gebruikt worden. Laat bij elke opgave zien hoe je aan je antwoord komt!!

Opgave 1.

Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van A *(1 punt)*

b) Bepaal een orthogonale matrix U zó dat UAU^{-1} een diagonaalmatrix is. *(1 punt)*

Opgave 2.

Zij $V \subset \mathbb{R}^3$ de deelruimte die loodrecht staat op $(1, 0, 1)$ en zij R een rotatie over hoek $\pi/2$ rond de as met richtingvector $(1, 0, 1)$ (je mag in onderdeel (b) zelf kiezen welk van de twee mogelijkheden).

a) Bepaal een orthonormale basis $\mathbf{f_1}, \mathbf{f_2}$ van V. *(1 punt)*

b) Wat is het beeld van $\mathbf{f_1}$ en $\mathbf{f_2}$ onder R? *(0.5 punt)*

c) Bepaal de matrix van R (voor de recidivisten: bedoeld wordt, de matrix ten opzichte van de standaardbasis $\mathbf{e_i}$ $(\mathbf{i} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$). *(1 punt)*

d) Bewijs, zonder rekenen, dat R^4 de identieke afbeelding is (met matrix I_3 dus). *(0.5 punt)*

Opgave 3.

Zij $P : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ de orthogonale projectie van $\mathbb{R}^4$ op de deelruimte gegeven door $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0$.

a) Bepaal het beeld van $(1, 2, 2, 1)^t$ onder P. *(1 punt)*

b) Geef een basis van $\mathbb{R}^4$ bestaande uit eigenvectoren van P. *(1 punt)*

c) Bepaal de matrix van P (voor de recidivisten: bedoeld wordt, de matrix ten opzichte van de standaardbasis $\mathbf{e_i}$ $(\mathbf{i} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4})$). *(1 punt)*

Opgave 4.

Een $n \times n$-matrix X heet *anti-symmetrisch* als $X^t = -X$.

a) Laat zien dat elke antisymmetrische 3×3-matrix X determinant nul heeft. *(1 punt)*

b) Geef een voorbeeld van een anti-symmetrische 4×4-matrix met determinant ongelijk aan 0. *(1 punt)*