Departement Wiskunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A–Eskwadraat.
Het college WISB121 werd in 2008-2009 gegeven door Prof. Dr. I. Moerdijk.

Hertentamen Lineaire Algebra (WISB121)
16 maart 2009

De normering van dit tentamen is als volgt: elke opgave is 18 punten en het cijfer is $1 + \frac{1}{10}$totaal.

Opgave 1.

a) Ga in elk van de volgende drie gevallen na of de vectoren een basis van $\mathbb{R}^3$ vormen:

(i) $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$, $(4, 1, 0)$

(ii) $(0, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(2, 3, 4)$, $(-1, -2, 7)$

(iii) $(1, 2, 3)$, $(1, 2, -3)$, $(0, 1, 2)$

b) Schrijf de vector $(1, 2, 3)$ als lineaire combinatie van vectoren in ii).

Opgave 2.

Laat:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 2 \end{pmatrix}$$

a) Bepaal de eigenwaarden van A.

b) Bepaal bij iedere eigenwaarde een bijbehorende eigenvector.

Opgave 3.

a) Geef de vergelijking van het vlak door de oorsprong en de punten $(1, 2, 3)$ en $(0, 5, 2)$ in $\mathbb{R}^3$.

b) Vind de afstand van dit vlak tot het punt $(1, 0, 0)$.

Opgave 4.

a) Bewijs dat er geen injectieve lineaire afbeelding van $\mathbb{R}^4$ naar $\mathbb{R}^3$ is.

b) Bewijs dat er voor elke surjectieve lineaire afbeelding $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ een lineaire afbeelding $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ bestaat, zodanig dat $f \circ g$ de identiteitsafbeelding is.

Opgave 5.

Beschouw de volgende afbeelding $I : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$I\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{array}{l} x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + \\ x_1y_3 + x_3y_1 + 3x_3y_3 \end{array}$$

a) Bewijs dat I een inproduct op $\mathbb{R}$ definieert.

b) Geef een orthogonale basis van $\mathbb{R}^3$ ten opzichte van dit inproduct.