Tentamen Infinitesimaalrekening A

3 november 2015, 9.00 – 12.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
- Zet op het eerste blad het nummer van je groep.
  1 (BBG 165/161) KaYin Leung, Jeroen van der Meer, Richard Schoonhoven,
  2 (BBG 169/205) Henk Hietbrink, Vos Vorstermans,
  3 (BBG 161/023) Brenda van Zalinge, Peter van Hintum
  4 (HFG611/BBG077) Laura Ackermans, Roel Lambers
  5 (Unnik214/209) Casper Hagenaars, Bas Jacobs
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Je mag de opgaven in willekeurige volgorde maken. Je hoeft alleen de eerste zeven opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten, behalve opgave 4, die voor 15 punten telt. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7,5. Met de achtste opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het tentamencijfer nooit hoger dan 10 kan zijn.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten of andere electronica gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.
- *Veel succes!*

Opgave 1. Bepaal een tweemaal differentieerbare reële functie $y(x)$ zodat $y'' - y' - 2y = 2x^2 - 3$ voor alle x en tevens $y(0) = 1$ en $y'(0) = 0$.

Opgave 2. (a) Bepaal $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+4x} - 1 - 2x}{1 - \cos x}$.

(b) Bestaat $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}(\sin(\frac{1}{x}) + \cos(x))$? Zo ja, toon aan dat deze limiet bestaat en bepaal de waarde. Zo nee, leg uit waarom de limiet niet bestaat.

Opgave 3. (a) Bepaal de vierde-orde Taylorveelterm van $f(x) = \sinh(x)$ in het steunpunt 0, en bepaal hiermee een benadering van $\sinh(1)$. N.B. Sinus hyperbolicus!

(b) Toon aan dat de fout in je benadering van $\sinh(1)$ in absolute waarde kleiner is dan $\frac{1}{50}$. Je mag hierbij gebruiken dat $e < 3$.

Z.O.Z!!!!!

Opgave 4 (15 punten)

(a) (8 punten) Bereken $\displaystyle\int_{-1}^{3} \frac{1}{x^2 - 2x + 5}\, dx$. Werk het antwoord helemaal uit (in rationale getallen en getallen zoals π).

(b) (7 punten) Primitiveer de functie $f(x) = \arcsin(2x)$. Controleer je antwoord door differentiëren.

Opgave 5. Bepaal alle differentieerbare functies $y(x)$ die gedefinieerd zijn op het domein $(0, \infty)$ en waarvoor geldt $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x^2} = -\dfrac{1}{2x^2}$.

Opgave 6. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $(z-3)^2 = i(z+i)$. Geef de getallen in de vorm $a + bi$ waarbij a en b rationale getallen zijn.

Opgave 7. Bepaal $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n} \sin \frac{k\pi}{2n}$.

Als dit niet lukt, kun je een deel van de punten halen door de limiet zo goed mogelijk naar boven en naar beneden af te schatten. Teken eventueel ook een figuur.

Bonusopgave. Opgave 8.

Bepaal een tweemaal differentieerbare reële functie $y(x)$ zodat $y'' + y = \sin x$ en $y(0) = y'(0) = 0$.

Hint: als de standaardmethoden niet werken, probeer dan zelf een methode uit te werken met variatie van constanten (Engels: variation of parameters).

Vergeet niet om thuis de digitale evaluatie in te vullen, alvast hartelijk dank!