Tentamen Infinitesimaalrekening A

8 november 2016, 9.00 – 12.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
- Zet op het eerste blad het nummer van je groep.
  1 (BBG 083/214) Carlo Verschoor, Rik van der Stelt
  2 (BBG 161/083) Henk Hietbrink, Ruben Meuwese,
  3 (BBG 079/205) Pangiotis Christou, Wouter de Boer
  4 (BBG401/017) Laura Ackermans, Roel Lambers
  5 (o.a. Ruppert 119) Ties Laarakker, Thomas Bakx
  6 (Unnik210/BBG069) Joke Daemen, Eva van Ammers
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Je mag de opgaven in willekeurige volgorde maken. Je hoeft alleen de eerste zeven opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten, behalve opgave 4, die voor 15 punten telt. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7,5. Met de achtste opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het tentamencijfer nooit hoger dan 10 kan zijn.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten of andere electronica gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen Smartphones moeten uitgezet worden.
- *Veel succes!*

Opgave 1. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $(z+1)^2 = i(3z-7)$. Geef de getallen in de vorm $a+bi$ waarbij a en b rationale getallen zijn.

Opgave 2. Bepaal een tweemaal differentieerbare reële functie $y(x)$ zodat $y'' - 6y' + 13y = 30\sin x$ voor alle x en tevens $y(0) = 0$ en $y'(0) = 0$.

Opgave 3. (a) Bepaal $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x\sin x}$. [Let op: derdemachts wortel]

(b) We bekijken $\displaystyle\lim_{x\to\infty} (1+\sin(\frac{1}{x}))^x$ [Let op: exponent x]

Als deze limiet bestaat, bepaal hem en toon aan dat hij deze waarde heeft; als hij niet bestaat, leg uit waarom niet.

Z.O.Z!!!!!

Opgave 4 (a) (7 punten) Bereken $\int_{-1}^{1} \frac{1}{4-x^2}\,dx$.

(b) (8 punten) Primitiveer voor $x > 0$ de functie $f(x) = \arctan(\sqrt{x})$. Controleer je antwoord door differentiëren.

Opgave 5. (a) Bepaal de derde-orde Taylorveelterm van $f(x) = \log(1+x) + \log(1-x)$ in het steunpunt 0 en bepaal hiermee een benadering van $f(\frac{1}{10})$.

(b) Toon aan dat de fout in je benadering van $f(\frac{1}{10})$ in absolute waarde kleiner is dan $\frac{1}{10000}$.

(c) Geef nu een benadering voor $\log(0,99)$ in 3 decimalen achter de komma.

Opgave 6. Bepaal alle differentieerbare functies $y(x)$ die gedefinieerd zijn op het hele domein $(0, \infty)$ en waarvoor geldt $\frac{dy}{dx} + x^2y^2 = 0$.

Opgave 7. We bekijken $f(x) = \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ op het domein $(0, \infty)$.

(a) Toon aan dat f een inverse heeft, noem deze g. Bepaal het domein van g.

(b) Kies $a > 0$ en stel $b = \frac{1}{2}(a + \frac{1}{a})$. Bepaal $g'(b)$.

(c) Bepaal $g'(x)$ voor willekeurige x in het domein van g. Schrijf de uitdrukking voor $g'(x)$ zo eenvoudig mogelijk.

Bonusopgave. Opgave 8. In 1984 wilde de Amerikaanse vastgoedmagnaat Donald Trump een flatgebouw van 605 meter hoogte neerzetten aan de rand van het eiland Manhattan in New York City. Het gebouw kwam er uiteindelijk niet: wel verscheen bijgaande spotprent in de Chicago Tribune (Trump begon tegen deze krant meteen een rechtszaak en eiste 500.000.000 dollar schadevergoeding. Hij verloor de rechtszaak.)

Bereken bij benadering hoeveel kilometer Trump vanaf de top van dit gebouw over zee had kunnen uitkijken. Neem aan dat de aarde een volmaakte bol is met een straal van 6400 km, dat het licht zich langs rechte lijnen voortplant en dat de atmosfeer volmaakt helder is. Hint: bekijk eerst radialen.

Vergeet niet om thuis de digitale evaluatie in te vullen, alvast hartelijk dank! Je kunt dit blaadje mee naar huis nemen en de qr-code scannen.