Deeltentamen Inleiding Kansrekening en Statistiek

4 juni 2015

- Elke opgave dient **op een apart blad** ingeleverd te worden.
- Zet **op elk blad** je naam en studentnummer.
- Het gebruik van rekenmachines, het boek, aantekeningen of andere hulpmiddelen is absoluut niet toegestaan. Ook is het absoluut niet toegstaan een telefoon oid. op je tafel te hebben.
- Geef telkens een beknopt bewijs van je antwoord of een berekening/toelichting, tenzij duidelijk in de opgave staat aangegeven dat dit niet hoeft.
- Het is niet toegestaan vragen over de tentamenopgaven of over de stof te stellen tijdens het tentamen.
- **NOTA BENE:** het gebruiken van aparte bladen voor elke opgave met daarop telkens je naam en studentnummer is 10 van de 100 punten waard.

Opgave 1. (a: 10pt, b: 10pt)

(a) Men gooit met een zuivere dobbelsteen. Definieer de eventualiteiten $A = \{\text{het aantal ogen is even}\}, B = \{\text{het aantal ogen is een drievoud}\}$.
Zijn A en B onafhankelijk?

(b) Stel nu men gooit twee maal met een zuivere dobbelsteen, en definieer $A = \{\text{de som van de ogen is even}\}, B = \{\text{de som van de ogen is een drievoud}\}$.
Zijn A en B nu onafhankelijk?

(Nota bene: vergeet niet je antwoord te onderbouwen.)

Opgave 2. (a: 15pt, b: 5pt) Laat A, B twee eventualiteiten zijn met $\mathbb{P}(A) > 0$.

(a) Laat zien dat $\mathbb{P}(A \cap B | A \cup B) \leq \mathbb{P}(A \cap B | A)$.

(b) Wanneer geldt gelijkheid?

Z.O.Z.

Opgave 3. (a: 10pt, b: 10pt) De toevalsvariabele X heeft een Poisson verdeling met parameter $\mu > 0$.

(a) Laat zien dat $\mathbb{E}X = \mu$;

Laat nu Y een Poisson verdeling zijn met parameter $\lambda > 0$, met X, Y onafhankelijk.

(b) Laat zien dat $X + Y$ een Poisson verdeling heeft met parameter $\mu + \lambda$.

(Hint: bij (b) volstaat het te laten zien dat $\mathbb{P}(X + Y = k) = \frac{(\mu+\lambda)^k e^{-(\mu+\lambda)}}{k!}$ voor alle $k = 0, 1, \dots$.)

Opgave 4. (a: 15 pt, b: 15 pt)
Een muis bevindt zich in de middelste kamer uit een rij van vijf aaneensluitende kamers als in het plaatje hieronder. In de eerste kamer bevindt zich een kaas in de laatste kamer een kat. De muis stapt telkens ofwel naar de kamer links van hem ofwel naar de kamer rechts, elk met gelijke kans. Als de muis de kamer met de kaas bereikt eet hij deze op en als hij de kamer met de kat binnengaat wordt hij direct door de kat opgegeten.

(a) Wat is de kans dat de muis de kaas opeet?

(b) Wat is het verwachte aantal kamers dat de muis bezoekt alvorens hij ofwel de kamer met de kaas ofwel de kamer met de kat binnengaat?