Departement Wiskunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de TBC van A–Eskwadraat.
Het college WISB211 werd in 2008/2009 gegeven door André Henriques.

Functies en Reeksen (WISB211)
4 November 2008

Opgave 1.

Wat is de totale afgeleide van de functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, f(x, y) := (x^2, xy, y^2)$?

Opgave 2.

Geef een voorbeeld van ee functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die in $\mathcal{C}^2$ is maar niet n $\mathcal{C}^3$.

Opgave 3.

Geef een voorbeeld van en functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die nergens continu is, maar zo dat de functie $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ overal is gedefinieerd.

Opgave 4.

Laat $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de functie zijn die door de volgende formule is gegeven:

$$f(x, y) := \begin{cases} |x|^{|y|} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) in welke punten is de functie f continu? [zonder bewijs]

b) Bewijs dat f niet continu is in het punt (0,0).

c) Bewijs met ϵ en δ dat f (totaal) differentieerbaar is in het punt (0,2).

d) In welke punten is de functie f (totaal) differentieerbaar?

Opgave 5.

Bereken $\int_0^c (x^2 + t)^{-2} \mathrm{d}x$ voor $t > 0$ door differentiatie naar t van $\int_0^c (x^2 + t)^{-1} \mathrm{d}x$.

Opgave 6.

Beschouw de gesloten kromme $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2 - (0, 0)$,

$$\gamma(t) := (\cos(2t)e^{2+\cos(t)}, \sin(2t)e^{2+\cos(t)})$$

a) Maak een schets van de kromme γ.

b) Wat is het windingsgetal van γ rond het punt (0,0)?

Opgave 7.

Laat $\omega := y\mathrm{d}x - x\mathrm{d}y$ een differentiaalvorm op $\mathbb{R}^2$ zijn. Is deze differentiaalvorm exact?