Departement Wiskunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A–Eskwadraat.
Het college WISB321 werd in 2009-2010 gegeven door Prof. Dr. F. Beukers.

Elementaire Getaltheorie (WISB321)
18 januari 2010

Opgave 1

Bepaal alle $x \in \mathbb{Z}$ zó dat $0 < x < 2000$ en

$$x \equiv 13 (\mathtt{mod} 25), \qquad x \equiv 3 (\mathtt{mod} 10), \qquad x \equiv 2 (\mathtt{mod} 7)$$

Opgave 2

Los op, $x^4 \equiv x (\mathtt{mod} 1000)$ in $x \in \mathbb{Z}$.

Opgave 3

a) Voor welke priemgetallen is -2 een kwadraatrest?

b) Zij p een priemgetal zó dat $q = 4p + 1$ priem is. Bewijs dat -2 een primitieve wortel modulo q is.

Opgave 4

Stel dat het "abc"-vermoeden waar is. Laat zien dat er een $\gamma > 0$ bestaat met de volgende eigenschap: voor elke oplossing $x, y \in \mathbb{N}$ van een diophantische vergelijking van de vorm $x^3 - y^2 + k$ $(k > 0)$ geldt: $x < \gamma k^3$.

Opgave 5

Bewijs dat

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{n^2}}$$

irrationaal is.