

Hertentamen WISN101 Wiskundige Technieken

Di 23 dec 2014 13:30 – 16:30

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- De volgorde waarin je de opgaven maakt is vrij.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van electronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Notatie: met **log** wordt hier steeds de **natuurlijke logaritme** bedoeld.
- **Let op je tijd!** Totaal 66 punten.

1. (4pt)

Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ en $\mathbf{v} = 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Laat O , U en V de eindpunten zijn van resp. de nulvector, $\mathbf{u}$ en $\mathbf{v}$. Bereken de oppervlakte van de driehoek OUV .

2. (4pt)

Bepaal indien mogelijk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$, of leg uit waarom de limiet niet bestaat.

3. (4pt, 4pt)

Zij $f(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$ met domein $[0, \infty)$.

(a) Beredeneer (zonder van de b-vraag gebruik te maken) dat f inverseerbaar is op zijn domein.

(b) Bepaal de inverse van f en het domein van de inverse.

4. (4pt, 4pt)

(a) Zij $z = e^{ix}$. Laat zien dat $\frac{z^2 - z + 1}{2z}$ reëel is.

(b) Laat D de verzameling van complexe getallen $x + ix$ met $x \in \mathbb{R}$ zijn, en R de verzameling van complexe getallen $w = 1/z$ met $z \in D$. Maak een duidelijke schets met D en R in het complexe vlak en leg uit hoe je eraan komt.

Z.O.Z.

5. (4pt)

Bereken de lengte van het deel van de parabool $y = x^2$ van $x = 0$ tot $x = 2$.

Hint bij primitiveren: creatief nietsdoen en partiël.

6. (4pt, 4pt, 4pt)

Bereken de volgende integralen:

(a) $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$

(b) $\int x^3 \log^2(x) dx$

(c) $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}} dx$

7. (4pt, 4pt)

De kromme $\mathcal{C}$ is geparametriseerd door $x(t) = \tan t$, $y(t) = \cos t$, met $0 \leq t < \pi$. Geef een vergelijking voor de rechte die $\mathcal{C}$ raakt in het punt $(x(t), y(t))$ met $t = \pi/4$.

8. (4pt, 4pt)

(a) Los het beginwaardeprobleem $x^2 y' + y = x^2 e^{1/x}$ met beginwaarde $y(1) = 3e$ op.

(b) Vind de algemene oplossing van de D.V. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

9. (10pt)

Onderzoek de functie $f(x) = \log(x - \frac{1}{x})$ en schets de grafiek.