Stromingsleer & Transportverschijnselen
Eindtoets

NS-265B

15 April 2015, 13:30-16:30

- Geen open boek tentamen.
- Een paar formules staan op pagina 5.
- Het cijfer is het aantal behaalde punten gedeeld door 10.
- Geen rekenmachine nodig.
- De vragen hoeven niet op verschillende bladen gemaakt te worden.

1 Open vragen [13 pt]

a 8pt) Beschrijf in ongeveer 30 woorden wat er precies gebeurt met het stuiterende bolletje in Figuur 1.

b 5pt) Welke materiaaleigenschap er verantwoordelijk is voor dit gedrag.

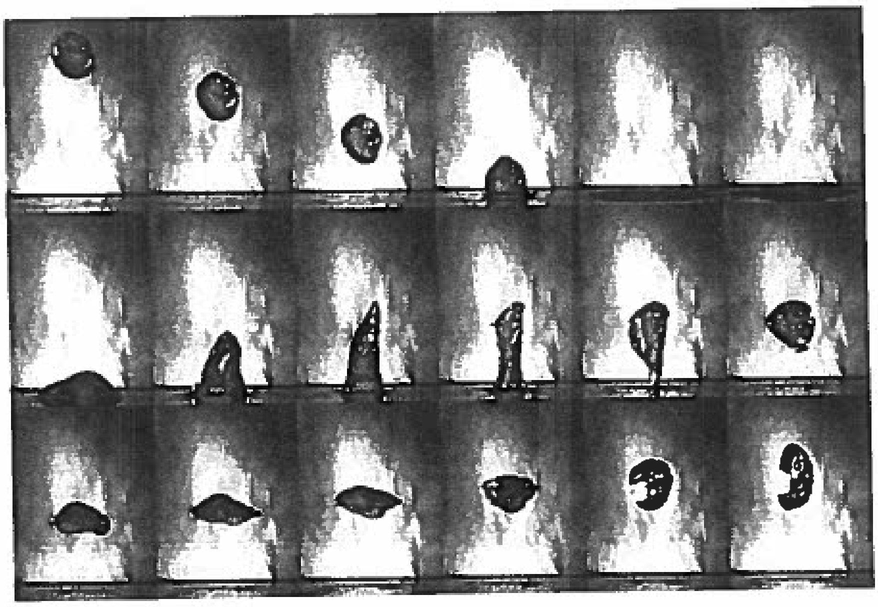

Figure 1: Een vreemde stuiter.

2 Een warmtewisselaar [17 pt]

We bekijken de stroming en watertemperatuur in een warmtewisselaar (Figuur 2). Voor deze som focussen we op het radiële stroomsnelheids- en temperatuursprofiel in de 'buis' met schoon water, dus het deel tussen R_1 en R_2. Dit is het gedeelte waar we $\vec{u}$ en T kunnen benaderen met

$$\vec{u} = \begin{Bmatrix} u_z(r) \\ u_r = 0 \\ u_\theta = 0 \end{Bmatrix}; \quad T = T(r,z) \text{ met } \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{2JR_1}{\rho c_v (R_2^2 - R_1^2)}; \quad p = p(z) \text{ met } \frac{\partial p}{\partial z} = \alpha,$$

waarbij J de constante energieflux [W/m^2] door de binnenwand is. Er gaat geen warmte verloren, dus de energieflux door de buitenwand is 0. De Navier-Stokes vergelijkingen in cilindercoördinaten voor water (onsamendrukbaar) staan gegeven op de formulepagina.

a 10pt) Bereken u_z als functie van R_1, R_2, α en de viscositeit μ. Gebruik 'no slip'-condities, dus $u_z(R_1) = u_z(R_2) = 0$.

Gezien de aannames die we bij de stroming maken, kunnen we T als de som van twee functies schrijven:

$$T(r,z) = T_z(z) + T_r(r).$$

We kiezen dat $T_r(r = R_1) = 0$.

b 3pt) Welke andere randvoorwaarde volgt uit de gegeven informatie?

c 4pt) Reduceer de temperatuurvergelijking, als functie van T_r, T_z en u_z tot de termen die niet 0 zijn.

De bij c) gevonden vergelijking heeft een analytische oplossing, deze is echter tamelijk complex.

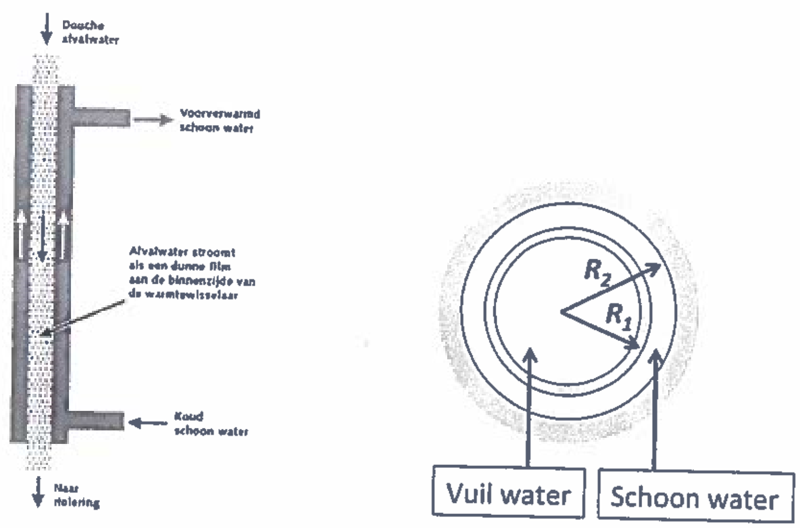

Figure 2: Links: Schets van een warmtewisselaar. Rechts: Dwarsdoorsnede van de warmtewisselaar.

Wiskundige hulpmiddelen

Differentiaalvergelijkingen

De differentiaalvergelijking van $x(t)$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t) + y(t),$$

waarin α een constante en $y(t)$ een onafhankelijke functie is, heeft als algemene oplossing, met $x(t=0) = x(0)$,

$$x(t) = x(0)\exp\{\alpha t\} + \int_0^t y(t')\exp\{\alpha(t-t')\}\,dt'.$$

De bewegingsvergelijkingen in cilindercoördinaten.

$\vec{x} \equiv \{z, r, \theta\}$; $\vec{u} \equiv \{u_z, u_r, u_\theta\}$. ϕ is een scalarfunctie.

$\rho\frac{Du_z}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\nabla^2 u_z$	$\nabla\cdot\vec{u} = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$
$\rho\left[\frac{Du_r}{Dt} - \frac{u_\theta^2}{r}\right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right)$	$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}$
$\rho\left[\frac{Du_\theta}{Dt} + \frac{u_r u_\theta}{r}\right] = -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\left(\nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)$	$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + u_z\frac{\partial\phi}{\partial z} + u_r\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$
$\rho c_v\frac{DT}{Dt} = k\Delta T$	