# Midterm Intelligente Systemen (INFOB3IS)

- Het gebruik van boeken, aantekeningen, rekenmachines of andere bronnen is **niet toegestaan**.
- Elke vraag is 5 punten waard, dus je kunt 25 punten verdienen. Je cijfer is $10 \cdot \frac{\text{aantal punten}+1}{26}$.
- **Antwoord bondig!** Ik kan punten aftrekken voor overbodige uitweidingen.

1. **AI, Rationele agenten**
   (a) (1 punt) Russell & Norvig onderscheiden in AIMA vier categorieën: $\{$thinking, acting$\} \times \{$humanly, rationally$\}$. Wat zit er **ín** die categorieën? (Geef bondig antwoord, dus zeg alleen welk type 'dingen' er wordt verdeeld, en niets meer dan dat.)
   (b) (1 punt) Elke *functie* is een mapping van de elementen van een verzameling (het *domein*) naar elementen van een verzameling (het *co-domein*). De functie 'kwadraat' bijvoorbeeld, mapt reële getallen naar niet-negatieve reële getallen. Wat zijn het domein en het co-domein van elke agent functie? (Geef als antwoord twee verzamelingen, en niets meer.)
   (c) De omgeving van een agent gaat als gevolg van de acties die de agent uitvoert door een serie ('sequence') toestanden. Russell & Norvig schrijven hierover:

       *If the sequence [of states] is desirable, then the agent has performed well. This notion of desirability is captured by a performance measure that evaluates any given sequence of environment states.*

       i. (1 punt) Welke drie andere factoren beïnvloeden samen met deze performance measure, of een agent rationeel is?
       ii. (1 punt) Voor elke $n$ $(1, 2, \ldots)$ bestaan er verschillende series van $n$ opeenvolgende omgevingstoestanden. De performance measure functie geeft elk van die series een waarde. Voor elke $n$ is er dus een maximum waarde over alle series van $n$ toestanden. Kan een agent die **niet** voor elke $n$ dit maximum behaalt, toch rationeel zijn?
       iii. (1 punt) Leg je antwoord van vraag 1.(c)ii. uit.

2. **Logica, entailment**
   (a) Stel dat $A$, $B$, $C$, ... variabelen zijn die staan voor propositielogische formules zoals $p$, of $\neg q$, of $\neg(q \vee r)$, of $(p \rightarrow (q \wedge r))$. Deze deelvraag (a) gaat niet over (deze of andere) *specifieke* formules, maar over het *algemene* geval van formules genaamd $A$, $B$, $C$, ...
       i. (1 punt) Je spreekt $A \models B$ uit als "$B$ volgt logisch uit $A$". Wat betekent $A \models B$, in termen van modellen waarin formules waar of onwaar zijn? (Antwoord in één zin.)
       ii. (1 punt) Stel nu dat $C$ en $D$ de namen zijn van twee propositielogische formules waarvoor $C \models D$ **niet** waar is. Stel verder dat in de formules $C$ en $D$ samen in totaal $n$ verschillende propositievariabelen voorkomen. Je maakt een waarheidstabel met $2^n$ rijen, en vult de beide kolommen onder de hoofdconnectieven van $C$ en $D$ in. Hoe zie je aan deze waarheidstabel dat $C \models D$ **niet** waar is?
   (b) (1 punt) Stel dat $\Gamma$ een verzameling formules is, en $\alpha$ een formule. Vul hieronder de juiste expressies in, bij (i) een verzameling, en bij (ii) een eigenschap daarvan:

       $\Gamma \models \alpha$ desda de verzameling "...(i)..." "...(ii)..." is.
   (c) De volgende uitspraak is niet waar.
       **Redenering.** *Voor alle formules $A$, $B$, $C$ geldt: Als $(A \wedge B) \models C$, dan $A \models C$ en $B \models C$.*
       i. (1 punt) Geef als tegenvoorbeeld propositielogische formules genaamd $A$, $B$ en $C$.
       ii. (1 punt) Leg uit hoe die formules aantonen dat de uitspraak onwaar is. Hou in je uitleg rekening met de logische structuur van de uitspraak.

3. **Propositielogica**
   (a) (1 punt) Leg (bondig) uit waarom de lege disjunctie niet vervulbaar is.
   (b) Stel dat $\Gamma$ een verzameling propositielogische formules is, en $A$ en $B$ formules zijn, zoals uitgelegd bij vraag 2. Stel je met de resolutiemethode wil achterhalen of $\Gamma \models (A \wedge B)$ waar is. De formule $(A \wedge B)$ volgt uit $\Gamma$ desda $A$ volgt uit $\Gamma$ en $B$ volgt uit $\Gamma$. Je onderzoekt met de resolutiemethode de verzameling $\Gamma \cup \{\neg A, \neg B\}$, waarvoor je eerst de formules in deze verzameling herschrijft naar een verzameling disjuncties.
      i. (1 punt) Als je de lege disjunctie kunt afleiden uit deze verzameling disjuncties, mag je dan concluderen dat $\Gamma \models (A \wedge B)$ waar is? (Antwoord 'ja' of 'nee'.)
      ii. (1 punt) Leg je antwoord op de vorige deelvraag uit.
   (c) (2 punten) Onderzoek met de resolutiemethode of de volgende uitspraak waar is:
   $$r \leftrightarrow (s \vee \neg p), (p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee s) \models r \vee (q \wedge \neg s).$$
   Tip: Als je makkelijker zonder fouten een waarheidstabel maakt dan de resolutiemethode toepast, zou je (op kladpapier) een waarheidstabel kunnen maken om vast te stellen of de uitspraak waar is, zodat je weet waar je met de resolutiemethode op uit moet komen. Maar als antwoord moet je een uitwerking met de resolutiemethode inleveren.

4. **Eerste-orde logica**
   (a) (1 punt) Geef een formule die waar is in modellen waarin *precies twee* objecten bestaan met eigenschap $P$, en onwaar in modellen waarin $0, 1, 3, 4, \ldots$ objecten eigenschap $P$ hebben).
   (b) (1 punt) Een (binaire) relatie $R$ op een verzameling $A$ is 'anti-symmetrisch' als er geen twee verschillende objecten in $A$ zijn die allebei met de ander in $R$ zitten. (Een voorbeeld is deelbaarheid van gehele getallen.) Schrijf een predicaatlogische formule die dit uitdrukt.
   (c) (1 punt) Uit de premisse $\forall x \exists y\, P(x, y)$ volgt **niet** de conclusie $\exists z\, P(z, z)$. Geef een voorbeeld van een relatie die dit aantoont.
   (d) (2 punten) Laat met de resolutiemethode zien dat de volgende redenering geldig is.
   **Redenering.** $\forall x(P(x) \rightarrow D(x)) \models \forall x(\exists y(P(y) \wedge S(x, y)) \rightarrow \exists y(D(y) \rightarrow S(x, y)))$
   Tip: Herschrijf de benodigde formules naar conjuncties van disjuncties waarin alleen universeel gekwantificeerde variabelen voorkomen, en 'standaardiseer' de disjuncties 'apart'. Pas dan de resolutieregel toe, en geef daarbij aan welke substituties nodig zijn voor unificatie.

5. **Prolog**
   (a) Prolog zoekt antwoorden op een query in een zekere graaf (in LPN 'search tree' genoemd).
      i. (1 punt) Wat is in die graaf een *knoop*?
      ii. (1 punt) Wat is de relatie tussen knopen $i$ en $j$ als er een *kant* van $i$ naar $j$ bestaat?
   (b) (1 punt) Beschouw de volgende Prolog KB van 4 clauses (hier *naast* elkaar gezet):
   ```
   k(X) :- f(X), g(X), h(X).        f(a).        g(a).        h(a).
   ```
   Geef een *resolutie*-afleiding die laat zien wat er gebeurt bij de query `?- k(X).` Geef dus de clauses als logische formules, en maak in je afleiding duidelijk welke substituties nodig zijn.
   (c) (2 punten) In een binaire boom heeft elke interne knoop precies twee kinderen. Een 'leaf' knoop is de kleinste binaire boom, met 0 kinderen. We representeren een leaf met de term `leaf(Naam)`, waar `Naam` de naam van de leaf is, en een boom met de term `tree(B1,B2)`, waar `B1` en `B2` binaire bomen zijn (dus leaves of bomen). Schrijf een Prolog predicaat `spiegel/2`, zodat `spiegel(B1,B2)` slaagt als `B2` het spiegelbeeld is van `B1`, zoals in:
   ```
   ?- spiegel(tree(leaf(a),tree(tree(leaf(b),leaf(c)),leaf(d))),T).
   T = tree(tree(leaf(d), tree(leaf(c), leaf(b))), leaf(a)).
   ```

Einde tentamenopgaven