

# VAK IDI OOT

Nur 3  
Jaar 2023-2024  
A-E draat

An abstract graphic design featuring a red and white background with a stylized red cross. A blue ribbon-like shape winds across the image, containing the text "WAT IS EEN QUATERNIONS?" and "STRAALMOTOREN". The text is written in a bold, sans-serif font. The ribbon also contains some partially visible text like "NEN MET" and "TOY".

# In dit nummer

|  |                                                                 |    |
|--|-----------------------------------------------------------------|----|
|  | <b>Van de voorzitter</b>                                        | 4  |
|  | <i>Bram Janssen</i>                                             |    |
|  | <b>Shadertoy: tekenen met wiskunde</b>                          | 5  |
|  | <i>Ruben de Vries</i>                                           |    |
|  | <b>Wie wentel zegt moet ook teefjes zeggen</b>                  | 8  |
|  | <i>Simone Lingbeek</i>                                          |    |
|  | <b>Wentel dat teefje</b>                                        | 9  |
|  | <i>Hugo van der Wilt</i>                                        |    |
|  | <b>SUCK, SQUEEZE, BANG, BLOW!</b>                               | 11 |
|  | <i>Maarten Peet</i>                                             |    |
|  | <b>Groepensudoku</b>                                            | 14 |
|  | <i>Lara Timmers</i>                                             |    |
|  | <b>Drijvende frisbees</b>                                       | 15 |
|  | <i>Margo Assenbergh</i>                                         |    |
|  | <b>Hoe houd ik mijn leven op de rails??</b>                     | 16 |
|  | <i>André van Ginkel</i>                                         |    |
|  | <b>De trap – uitgelegd</b>                                      | 18 |
|  | <i>Margo van Assenbergh</i>                                     |    |
|  | <b>Commissiekleding: hoe kunnen we dat duurzamer aanpakken?</b> | 19 |
|  | <i>Veerle van den Hurk</i>                                      |    |
|  | <b>Kokkerellen met quaternions</b>                              | 20 |
|  | <i>Paul Stapel</i>                                              |    |
|  | <b>Omwentelingslichamen</b>                                     | 23 |
|  | <i>Quirijn Kokkeler</i>                                         |    |
|  | <b>Absurde aerodynamica van de Formule 1</b>                    | 24 |
|  | <i>Bram Janssen</i>                                             |    |
|  | <b>Waarom klompen weer in moeten zijn</b>                       | 27 |
|  | <i>Boer'n Hanneke en Hugo</i>                                   |    |
|  | <b>The Crazy Quiz</b>                                           | 28 |
|  | <i>Paul Stapel</i>                                              |    |
|  | <b>Kruiswoordpuzzel</b>                                         | 30 |
|  | <i>Alvin</i>                                                    |    |
|  | <b>Brams Besties Betogen</b>                                    | 31 |
|  | <i>Simon Vos</i>                                                |    |

Uitgave 10 juni 2024  
 Oplage 330  
 Deadline 14 oktober 2024

**De Vakidioot is een uitgave van**  
 Studievereniging A-Eskwadraat  
 Princetonplein 5  
 3584 CC Utrecht

**Telefoon** (030) 253 4499  
**Website** a-eskwadraat.nl/vakid  
**E-mail** vakid@a-eskwadraat.nl

Wil je de Vakidioot niet meer ontvangen of ben je verhuisd? Pas dan je gegevens aan op [www.a-eskwadraat.nl](http://www.a-eskwadraat.nl).

#### Redactie

Lisette Helder  
 Maarten Peet  
 Senna van Os  
 Margo van Assenbergh  
 Ruben de Vries  
 Wout Koekoek  
 Hugo van der Wilt  
 Paul Stapel  
 Lara Timmers

#### Voorzitter

Margo van Assenbergh

#### Eindredactie

Maarten Peet  
 Hugo van der Wilt

#### Secretaris-Generaal

Ruben de Vries

#### Kopijmeester

Maarten Peet

#### Omslag

Wout Koekoek

#### Met dank aan

Alvin Reumer  
 André van Ginkel  
 Bram Janssen  
 Simone Lingbeek  
 Hanneke Damen  
 Quirijn Kokkeler  
 Veerle van den Hurk

# Redactioneel

## Lieve lezer,

Hoe je het ook went of keert, het is alweer tijd voor de laatste editie van het studiejaar. Wees maar niet getreurd, het is weer leuk geworden! Het thema is deze keer *wentel*. Ja, je leest het goed, *wentel*. Als ik het met mensen over dit thema had, dan moest ik het ook altijd even herhalen, vandaar. Het is ook best een gek woord, wat je in het dagelijks leven nou niet zoveel gebruikt. Desondanks was de redactie en menig gastschrijver wel zeer geïnspireerd door dit onderwerp en hebben we een mooie verzameling aan artikelen kunnen schrijven.

De onderwerpen lopen zoals altijd weer heerlijk uiteen: van een recept voor wentelteefjes en diens historie tot een artikel over overgangscurves op het spoor. Er valt ook weer het een en ander te puzzelen en te quizen deze editie. Voor de vakinhoudelijke fanatiekelingen is er een artikel over Shadertoy, een manier om met wiskunde te tekenen, of een artikel over straalmotoren, achtbanen of Formule 1-auto's.

Kortom, er is genoeg te lezen! Lijkt het jou nou leuk om zelf iets te schrijven en het later in de Vakidioot te lezen? Of lijkt het je fantastisch om de ingezonden artikelen te checken op spelfouten? Of ben je een  $\text{\LaTeX}$ -tovenaar? Stuur dan een berichtje via de mail of spreek een commissielid aan, wie weet schrijf jij dan voor de eerste Vakidioot van het volgende studiejaar!

Toedels en namens de redactie veel leesplezier,  
 Margo van Assenbergh  
*Voorzitter Vakidioot*



# Van de voorzitter

Bram Janssen



Goedemorgen/middag/avond/nacht lieve leden!

Ik ben tijdens het schrijven van dit stukje in een op-  
perste stemming en dat komt omdat de zon schijnt en  
het april is. Ik ben zelf enorm fan van de maand april,  
het weer begint eindelijk lekker te worden en er zijn  
vrolijke gelegenheden zoals Pasen (deels), Suikerfeest  
en Koningsdag. Ik hoop de actieve leden die dit lezen  
gezien te hebben met Koningsdag op ALW!

Zoals altijd hebben wij als bestuur de afgelopen maan-  
den niet stilgezeten. Sinds het schrijven van het vorige  
'van de voorzitter' stukje heb ik "lekker wat poeder  
gepakt" op wintersport, ben ik verhuisd, heb ik een  
deel van diesweek gemist omdat ik ziek was, ben ik  
technisch voorzitter geweest van een AV waar de rond-  
vraag het langste agendapunt was, ben ik op vakantie  
geweest waar ik kaapstad onveilig heb gemaakt en  
ben ik hard op zoek geweest naar een kandidaatsbe-  
stuur. Nu ik het zo op een rijtje zet, heb ik ineens door  
dat je toch best wat mee maakt als bestuurslid!

Ik noemde net dat ik ben verhuisd. Ik woon namelijk  
sinds half januari niet meer bij mijn ouders, maar op  
de sterren. Ik ben ingetrokken bij mijn mede-huisratjes  
op 111c. Mocht je op een dinsdag rond een uur of zes  
in de avond het grote plein van de sterren opgaan,  
dan zul je mij en een paar huisgenoten kunnen zien  
hangen aan wat ringen. Voel je vrij om ook een pull  
up of push up setje mee te doen!

Er worden veel films, series en docu's bij mij in huis  
gekeken. Meest recentelijk heb ik een aflevering van  
'How to change your mind' gekeken. Dit is een do-  
cumentaire over verschillende psychedelica en hun  
gebruik en geschiedenis. De aflevering die ik heb ge-  
keken ging over LSD en liet zien hoe het van gerespec-  
teerd wetenschappelijk experiment tot veel gevreesde  
substantie is gegaan.

Ik houd jullie verder niet op, geniet van de vakidioot!

Bram Janssen

Voorzitter A-Eskwadraat



# Shadertoy: tekenen met wiskunde

Ruben de Vries

Nee, de slak hierboven is niet gemaakt met een of ander geavanceerd 3D-tekensoftware, maar is puur met de hulp van wiskunde getekend. De methode die hiervoor gebruikt wordt heet *ray marching* en zorgt ervoor dat we zulke plaatjes kunnen genereren als functies van de pixels op ons scherm. Door verschillende eenvoudige objecten te vervormen en te combineren kunnen we hiermee interessante kunstwerken zoals deze slak maken.

## Het raymarching algoritme

Het idee is om de kleur van iedere pixel  $f(x, y)$  te zien als een functie van de locatie  $(x, y)$  van deze pixel. Om deze functie te construeren, beginnen we allereerst met het normaliseren van de coördinaten  $(x, y)$ . Als  $h, b$  de hoogte respectievelijk de breedte van je scherm voorstellen, dan geven

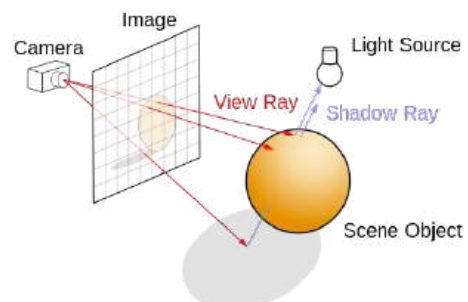
$$x' := \frac{2x - b}{b}, \quad y' := \frac{2y - h}{b}$$

twee punten die in het interval  $[-1, 1]$  liggen (mits je scherm breder is dan dat die hoog is) zodanig dat het middelpunt van je scherm correspondeert met het nulpunt  $(0, 0)$ .

Stel vervolgens dat  $O \in \mathbb{R}^3$  het punt is in de ruimte vanwaar wij naar een bepaald beeld kijken. Dit is waar de camera gepositioneerd is in Figuur 1. Hiervanuit kijken we in de richting van de vector

$$\vec{r}' := \frac{1}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix},$$

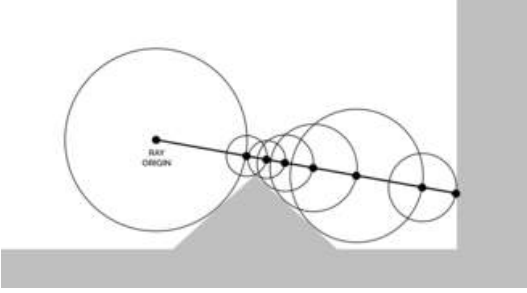
welke de rode stralen voorstelt in hetzelfde figuur. Om het snijpunt te bepalen van deze straal met de objecten in de ruimte gebruiken we het raymarching algoritme.



Figuur 1 Ray tracing

Dit algoritme werkt als volgt. Stel we hebben we een punt  $P$  op de straal vanuit  $O$  met richting  $\vec{r}'$ , ofwel er bestaat een  $d \geq 0$  zodat  $P = O + d\vec{r}'$ . We berekenen dan de minimale afstand vanuit  $P$  tot alle objecten in de ruimte. Noem dit  $d'$ . Het nieuwe punt is dan  $P' = P + d'\vec{r}'$ . Dit proces herhalen we totdat de minimale afstand van  $P$  tot de scène nagenoeg gelijk is aan nul. Als output geven we de afstand van  $O$  tot  $P$  terug.

In Figuur 2 wordt bijvoorbeeld het ray marching algoritme toegepast om vanuit het punt "ray origin" het snijpunt met de gegeven lijn en de grijze muur aan de rechterkant te bepalen. De cirkels geven de minimale afstanden vanuit de dikgedrukte punten tot de grijze massa weer.



**Figuur 2** Ray marching

## Kortste afstanden

Het staat nu alleen nog open hoe we de minimale afstand van een punt tot de rest van de ruimte kunnen bepalen. Dit gebeurt aan de hand van *signed distance functions* (SDF). Dit zijn functies die de kortste afstand geven, eventueel met een minteken ervoor. Deze negatieve waarde wordt alleen verkregen als het gegeven punt binnen het oppervlak ligt, en wanneer het erbuiten ligt is de waarde natuurlijk positief.

Als voorbeeld beschouwen we wellicht de meest eenvoudige SDF: een bol met middelpunt  $M$  en straal  $r$ . De signed distance van een punt  $P$  tot aan de bol wordt dan gegeven door

$$SDF(P) = \|\vec{MP}\| - r.$$

Voor veel meer voorbeelden van SDF's, zie: <https://iquilezles.org/articles/distfunctions/>.

## Belichting

Met behulp van wat we tot nu toe geleerd hebben, kunnen we ons eerste plaatje tekenen. Dankzij het raymarching algoritme weten we nu per pixel  $(x, y)$  of we in die richting een bol gaan tegenkomen of niet. We kleuren deze dan met blauw in als we bol tegenkomen, en anders met donkergrijs. Zie ook Figuur 3a.

Helaas is dan nog niet te zien dat het om een 3-dimensionaal object gaat. Ieder punt op de bol heeft immers dezelfde kleur. Om dit op te lossen voegen we licht en schaduw toe.

Voor het gemak nemen we aan dat er een enkele lichtbron van oneindig ver weg op onze scène schijnt. We noteren de richting van dit licht met  $\vec{l} \in \mathbb{R}^3$ . Hoe sterk belicht ieder punt  $P$  op het oppervlak wordt, hangt af van de kromming op dat punt.

Indien het punt  $P$  richting de lichtbron staat, zal dit helderder zijn dan wanneer  $P$  zijlings belicht wordt. Ofwel, we willen weten met welke hoek het licht op het oppervlak schijnt. Hiervoor kunnen we simpelweg het inproduct nemen tussen de genormalizeerde gradient  $\nabla SDF(P)$  van de signed distance function in het punt  $P$  en de lichtrichting  $\vec{l}$ . Bovendien willen we hiervan het maximum met 0 nemen, zodat we geen negatieve getallen krijgen. Het percentage licht dat op het punt  $P$  schijnt wordt dan

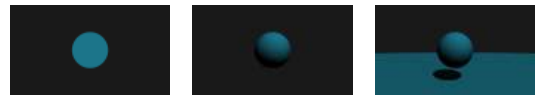
$$\max \left\{ \frac{\nabla SDF(P) \cdot \vec{l}}{\|\nabla SDF(P)\|}, 0 \right\}.$$

Wellicht vraag je je af hoe we de gradient bepalen. Aangezien we vaak een expliciete uitdrukking hebben voor de SDF, zouden we deze in theorie symbolisch af kunnen leiden. Echter zou het wel erg veel tijd kosten om iedere keer dat we de SDF veranderen, een nieuwe afgeleide te berekenen. Een veel simpele oplossing is een numerieke benadering, door

$$\nabla SDF(P) \approx \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} SDF(P + \varepsilon \vec{e}_1) - SDF(P) \\ SDF(P + \varepsilon \vec{e}_2) - SDF(P) \\ SDF(P + \varepsilon \vec{e}_3) - SDF(P) \end{pmatrix},$$

waarbij  $\varepsilon > 0$  een klein getal is en  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  de standaardbasis van  $\mathbb{R}^3$ .

Dezelfde bol als in 3a, maar nu met een lichtbron van rechtsboven, staat afgebeeld in Figuur 3b.



(a) Sfeer zonder licht. (b) Sfeer met licht van rechtsboven. (c) Sfeer met licht en schaduw.

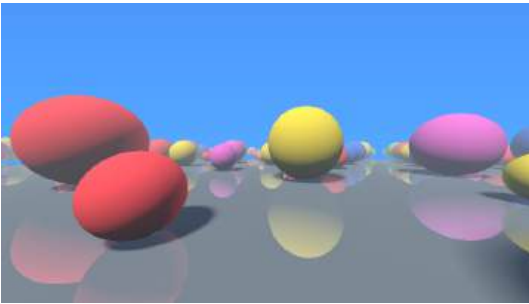
**Figuur 3** Sferen met verschillende belichtingen

## Schaduw

Hoera, er is licht! Maar dat betekent ook dat er schaduw moet zijn. Gelukkig is ook dit gemakkelijk te implementeren met behulp van de techniek van raymarching. Hiervoor bepalen we voor ieder punt  $P$  dat op het oppervlak ligt of er een object in de weg zit in de richting van het licht  $\vec{l}$ . Hiervoor bestaat er al een algoritme, namelijk de raymarching methode, alleen gebruiken we deze nu met het punt  $P$  en richting  $\vec{l}$  in plaats van de camerapositie  $\vec{O}$  en camerarichting  $\vec{r}$ . Zie Figuur 3c voor de bol met schaduw.



De belichting van ons object lijkt misschien nu nog wat onnatuurlijk. Dit komt omdat we ook een vrij onnatuurlijke omgeving hebben gevormd. In de praktijk is er vaak meer dan één lichtbron, die niet altijd oneindig ver weg staat, en reflecteren de verschillende oppervlakken ook licht. Hoewel ik hier niet in detail op in zal gaan, kan met wat extra moeite ook hier rekening mee gehouden worden. Zie bijvoorbeeld Figuur 4.



Figuur 4 Gekleurde bollen met reflecties

## Complexere vormen

Nu het licht gefixt is, is het tijd om een wat interessanter figuur te tekenen dan een saaie bol. Ons doel wordt om de letter  $\pi$  te vormen uit Figuur 5.



Figuur 5 Ons favoriete getal,  $\pi$

Hiervoor maken we als eerst de horizontale streep. Dit kunnen we doen met behulp van de capsule SDF uit <https://iquilezles.org/articles/distfunctions/>. Hiermee kan je een soort geronde cylinder maken waarvan de twee uiteinden  $\vec{a}$ ,  $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$  en de straal  $r$  variabel zijn. Zie bijvoorbeeld ook Figuur 6a.

Door de straal en  $y$ -coördinaat van  $\vec{b}$  af te laten hangen van de positie waartot de kortste afstand wordt berekend, kunnen we een gekromde capsule zoals in Figuur 6b tekenen. Als bijvoorbeeld  $P = (x, y, z)$  het gegeven punt is, dan definiëren we de straal  $r$  als

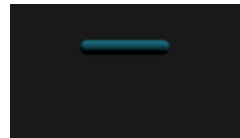
$$r = 0.03 \cdot |x + 3.1| + 0.15.$$

Hier is 3.1 de lengte van de capsule. Op deze manier is de capsule aan de rechterkant dikker dan aan de linker. Verder wordt de kromming veroorzaakt doordat de  $y$ -coördinaat van  $b$  gegeven wordt door

$$1 + 0.25 \cdot x^2.$$

Nu de horizontale lijn af is, kunnen we de twee poten van  $\pi$  tekenen. Hiervoor gebruiken we weer twee capsule SDF's, die dusdanig vervormd worden dat de poten beneden wat dikker zijn dan boven en zodat de poten onderaan naar buiten wijzen.

Om alle drie de capsules tegelijkertijd te tekenen kunnen we simpelweg het minimum nemen van iedere SDF. Dit geeft immers de kortste afstand tot het totale plaatje. Desalniettemin zorgt een normaal minimum voor harde randen waar de twee objecten elkaar snijden, zie ook Figuur 6c. Daarom gebruiken we een zacht minimum, ofwel een functie die continue interpoleert tussen de twee SDF's. Op deze manier is de gladde rand tussen de linkerpot en de horizontale streep in Figuur 6d gevormd.



(a) Horizontale capsule.



(b) Vervormde capsule.



(c) Normaal minimum.



(d) Zacht minimum.

Figuur 6 Linkerpot en horizontale streep: een stappenplan

## Slot

Als je je door dit artikel geïnspireerd voelt en graag zelf uit wil vogelen wat je allemaal met wiskunde kan tekenen, dan kun je dit uitproberen op de website van shadertoy: <https://www.shadertoy.com>.

Daar vind je ook de code van de shaders die voor dit artikel geschreven zijn: <https://www.shadertoy.com/user/rooby/sort=newest>. De banner komt van Inigo Quilez, 2005, <https://www.shadertoy.com/view/1d3Gz2>.



# Wie wentel zegt moet ook teefjes zeggen

Simone Lingbeek

Ik kan me voorstellen dat menig lezer van deze editie al de hele tijd een honger heeft die maar door één ding gestild kan worden. Een enorm veelzijdig gerecht, dat als ontbijt, als toetje, of zelfs als lunch gegeten kan worden. Daartoe dit recept. Hier lees je hoe je 100% diervriendelijke wentelteefjes maakt.

## Ingrediënten

- Oud brood
- Bloem
- Plantaardige melk
- Suiker
- Kaneel
- Zout
- Plantaardige (bak)boter of olie

## Instructies

De basis van elk wentelteefje is natuurlijk oud brood. Dit kan brood zijn wat echt nu op moet omdat het anders beschimmelt <sup>1</sup>, maar dat mag ook best brood zijn wat hiervoor gekocht is. Zorg dan wel dat je het een dag of twee van te voren koopt, anders is het nog te zacht.

De volgende stap is het beslagje maken. In een oven-schaal of diep bord, groot genoeg om je sneetjes brood in te leggen, doe je wat bloem en een scheut van de melk. Meng dit tot een glad papje en doe daarna de rest van de melk erbij, zo voorkom je dat er klontjes in je beslag komen. Voeg net zo veel melk toe tot je een dun beslag hebt waarvan je denkt "dit is dun, maar niet zo dun als de melk was". Doe dan nog wat suiker erbij. Hoeveel moet je zelf bedenken; ik weet niet hoe

zoet jij je teefjes het liefst hebt. Voor de smaak dan nog kaneel naar smaak en een snufje zout.

Dan komt het meest kliederige klusje: dompel de sneetjes brood één voor één onder in het beslagje en bouw een mooie stapel waar ze nog even kunnen rusten. Zo kunnen ze het beslag goed opzuigen.

Bak de 'teefjes nu in een grote pan met een plantaardige boter of olie naar keuze. Mijn tip is vegan boter. Je lekkerste olijfolie zou ik afraden. Wentel de 'teefjes als ze goudbruin zijn aan de onderkant en de bovenkant nog wel nat is. Je kunt ze op het laatst altijd nog een aantal keer wentelen als je dat nodig acht. Als je na het bakken de 'teefjes opstapelt houden ze elkaar nog een beetje warm tot je ze allemaal gebakken hebt.

Serveer de wentelteefjes met bijvoorbeeld maple syrup<sup>2</sup>, andere stroop, kaneelsuiker, poedersuiker, vers fruit, chocopasta... of iets anders waar je zin in hebt. Eet smakelijk!

Wist je dat je wentelteefjes ook hartig kunt maken? Sla dan de suiker over en vervang de kaneel met een andere smaakmaker als paprikapoeder. Ik heb het nog nooit geprobeerd, dus succes niet gegarandeerd, maar het internet vertelt me dat het kan.

<sup>1</sup>Duurzaam van je!

<sup>2</sup>De beste keuze als je het mij vraagt



# Wentel dat teefje

Hugo van der Wilt

Wentelteefjes. Bijna elke Nederlander is er wel mee opgegroeid. Wanneer je bij je grootouders bleef slapen en je oma wentelteefjes voor ontbijt maakte. Of wanneer een van je ouders een lekkere lunch gaat maken voor een speciale dag. Ja, iedereen kent de lekkernij gemaakt van brood en ei wel. Maar toch kent dit teefje wat geheimen waar niet iedereen weet van heeft.

## Waarom wordt het teefje gewenteld

Turning bitches, dat is vaak hoe mensen deze lekkernij grappend vertalen. Want wij Nederlanders hebben toch een raar woord voor dit welbekende toetje. Wat de meeste mensen *French toast* noemen, noemen wij Nederlanders toch weer anders, maar hoe komt dat eigenlijk?

Helaas heeft niemand hier echt een goed antwoord op. Het meestverkomende antwoord is dat wentelteefje komt van 'wentel-t-eventjes'. En inderdaad, je moet wentelteefjes even wentelen voor het beste resultaat. Toch is deze uitleg niet echt heel vattend. Pannenkoeken vallen bijvoorbeeld ook onder deze beschrijving. De hedendaagse etymologie is iets anders. Zo is de huidige theorie dat een 'teef' een oudhollands gebaksvorm is. Dit wordt bevestigd door het 19e eeuwse Doordrechtse naam voor dit toetje, appelteef.



**Figuur 1** Een standaard wentelteefje met een gezonde hoeveelheid kaneelsuiker

In het jaar 1623 gebruikte A. van de Venne als eerste een soortgelijke term in zijn boek *Tafereel van sinne-mal*. Hierin schreef hij over 'wentel-teven' van wit brood:

*Ey, waer ick t'huys alleen, ick backte wentel-teven Van suyckert witte broot, en buttersmeerigh vet."* Alhoewel het recept al langer bekend is (zie het volgende kopje), is dit de eerste keer dat de Nederlandse term benoemd is.

Nog leuk om te weten is dat wentelteefje vroeger<sup>1</sup> gebruikt werd voor 'iemand die er smakelijk of aantrekkelijk uit ziet'. Zo lezen we in een boek uit 1717 het volgende: "*Wat een mondje, wat voor oogjes, wat voor tandjes! (...) Zoôn wentelteefje zou me smaaken*".

## Best een historisch teefje

Zoals al eerder besproken is ons teefje een best oud teefje, misschien zelfs historisch. Zoals ik eerder benoemde, werd wentelteefje als eerste genoemd in 1623.

Ook wanneer wentelteefjes zijn ontstaan is onduidelijk. Een van de bronnen suggereert dat de heer Joseph French in 1724 het gerecht heeft uitgevonden. Helaas is niks minder waar en is ook dit een leugen. Joe was de persoon die de wentelteefjes naar Amerika heeft gebracht. De term *French toast* komt dan dus ook van een gramaticale fout. Zo zou het eigenlijk *French's toast* moeten hebben geheten.

Andere bronnen plaatsen de oorsprong naar een vroegere tijd. Zo zou er een collectie van recepten zijn uit 500 voor Christus in het Romeinse rijk die de lekkernij *Pan Dulcis* (zoete pan/zoet brood) beschrijven. Andere geloven daarentegen dat het ontstaan is in de Europese middeleeuwen, waar mensen elk beetje eten moesten gebruiken om hun families te voeden. Zo was namelijk wentelteefje een makkelijke manier om oud brood te rehydrateren. Ook zouden de eieren extra vocht en eiwitten toevoegen wat erg nodig was.

<sup>1</sup>Wentelteefje wordt trouwens ook nog steeds zo gebruikt. Helaas staat dit niet zo in het woordenboek maar de Nederlandse taal staat het wel toe.

## De buitenlandse teefjes

Het Nederlandse woord wentelteefje is vrij uniek, in de zin dat geen andere (zover ik weet) vertaling letterlijk 'wentelteefjes' betekent. De buitenlandse benamingen voor dit lekkernij vallen eigenlijk in meerdere categorieën. Ten eerste gebruiken veel een variatie van 'verloren brood'. Zo gebruikt Frankrijk de term *Pain Perdu*. Andere vernoemen het naar Frankrijk of de westerse wereld, denk aan het engels *French Toast*, het Roemeense *Frigănele* (*franse pannenkoek*) of het Honk Kongse 西多士 (*westers brood*). Ook zijn er talen met vernoemingen naar arme ridders zoals het Duitse *Arme Ritter* en het Finse *Köyhät Ritarit* die beide letterlijk vertalen naar 'Arme Ridder' in het Nederlands. Deze term is waarschijnlijk afkomstig uit de middeleeuwen, waar arme ridders wentelteefjes konden gebruiken om genoeg voedingsstoffen binnen te krijgen.



**Figuur 2** Een arme ridder die een Arme Ritter gaat eten

Ook is Nederland erg uniek in de bereiding van deze lekkernij. Zo zijn wij de enige die ook kaneel toevoegen aan ons teefje. De welbekende french toast is dus een minder wentelteefje. Veel andere landen hebben ook variaties op de french toast.

Zo wordt in spanje *Torrija* gemaakt door brood onder te weken in melk of wijn met honing en specerijen. Daarna wordt het ondergedompeld in ei en gebakken in oliëfolie.

In Hong Kong doen ze iets heel speciaals. Ze combineren meerdere sneetjes brood door daartussen zoet beleg zoals pindakaas en/of jam te doen. Deze wordt dan ondergedompeld in ei en gefrituurd, waarna het geserveerd wordt met honing en boter! Ook zijn er hartige variaties, zoals broodjes gevuld met saté of vleeszijde<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Gedroogd vlees, wat de textuur heeft van grof katoen.

<sup>3</sup>Meu conhecimento é saber 2 palavras.

<sup>4</sup>Volgens de Braziliaanse dikke Van Dale.

<sup>5</sup>Bron: ik



**Figuur 3** Een Hong Kongs wentelteefje

Dan wil ik ook nog de Braziliaanse/Portugeze *rabanadas* benadrukken. Deze lekkernij wordt met eieren, port, suiker en melk gemaakt. Wat vooral opvallend is aan dit teefje is dat het geserveerd wordt als een toetje bij de kerstdagen!



**Figuur 4** Brazilaanse rabanadas

Nu vraag je je misschien af waar *rabanadas* voor staat. Is het een verwijzing naar Frankrijk of toch weer naar die skere ridders? Ik ben hiervoor op onderzoek gegaan met hulp van onze favoriete Braziliaan Isabelle Pelster José. Met onze gezamenlijke expertise<sup>3</sup> in de Portugeze taal kwamen wij tot de conclusie dat het geen van deze is! Het woord kan immers<sup>4</sup> geïnterpreteerd worden als een werkwoord wat zoiets betekent als iemand slaan met een staart. Ook kan het verwijzen naar de rabana wat een soort platte trommel is.

Wel leuk om te zien hoe niet alleen in het Nederlands de oorsprong van het woord een mysterie is. Ter conclusie, het wentelteefje is het meest mysterieuze woord ooit.<sup>5</sup>

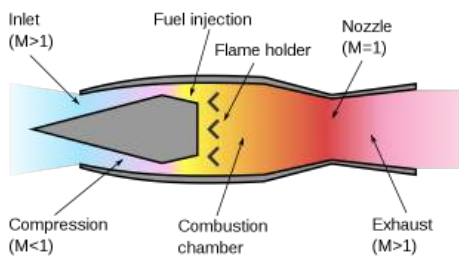
## SUCK, SQUEEZE, BANG, BLOW!

Maarten Peet

Ofschoon menig A-Es'er een zeker gevoel van vliegschaamte niet vreemd is, blijft het een fascinerend gevoel om in een metalen bus de lucht in geschoten te worden. Dat dit überhaupt mogelijk is, zowel technologisch als economisch gezien, hebben we voor een aanzienlijk deel te danken aan de straalmotor. Het fascinerende aan deze motoren is dat de primaire werking afhangt van slechts één draaiend deel – eenvoudiger brandstof in beweging omzetten kan eigenlijk niet. Straalmotoren komen voor in vele soorten en maten, elk met zijn eigen voordelen, nadelen en toepassingen. Hoog tijd dus om de straalmotor onder de loep te nemen en te ontdekken welke indrukwekkende machines hij mogelijk gemaakt heeft.

### Ram 'm van jetje

Laten we beginnen met de meest eenvoudige vorm van de straalmotor: de *ramjet*. In tegenstelling tot de motoren die je in vliegtuigen aantreft, heeft de ramjet niet de kenmerkende schoepen die ronddraaien, maar is het puur de luchtstroom vanaf buiten die voor de druk zorgt om tot ontbranding te komen. Dit is ook precies het nadeel: om genoeg luchtstroom te creëren zijn hoge snelheden nodig van rond Mach 3 om efficiënt te werken, en op lage snelheid is de voorstuwing vaak zo goed als nul.



*Schematisch voorbeeld van een ramjet, met de snelheden in Mach aangegeven. Bron: <https://w.wiki/9vzC>.*

Dit alles maakt een ramjet nou niet de ideale oplossing om te gebruiken voor dagelijks vliegverkeer, maar een ramjet kan wel nuttig zijn voor langeafstands raketten. Een bekend voorbeeld van het gebruik van een ramjet is Boeing CIM-10 Bomarc, ontwikkeld in de jaren 50. Deze raket werd gelanceerd door middel van boosters (eerder liquid-fuel boosters, later solid-fuel boosters) in verticale richting, totdat er voldoende hoogte en snelheid bereikt was (Mach 2.5). Vervolgens vloog de raket op de ramjet naar de gewenste bestemming met een reikwijdte van wel 690 km. En dan maar hopen de die bestemming niet in jouw buurt was.



*Opstijgen van een Bomarc raket. Bron: <https://w.wiki/9vzG>.*

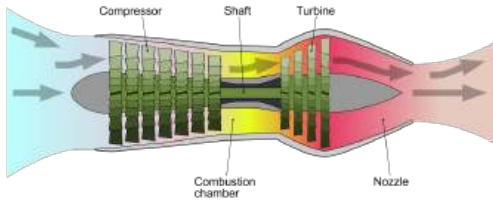
### Turbo turbo

In de aanloop naar de Tweede Wereldoorlog werd er hard gewerkt aan de ontwikkeling van een meer praktische straalmotor: de turbojet. De motor gebruikt naast de luchtstroom van buiten een compressor aan de voorkant van de motor om genoeg druk te krijgen in de verbrandingskamer om tot ontbranding te komen. Aan de achterkant van de motor zit dan weer een turbine die de druk van de verbrandingsproducten gebruikte om de compressor aan de voorzijde aan te drijven. Tot slot verlaten de uitlaatgassen de motor via een straalbuis, of nozzle, zodat de ontstane druk omgezet wordt in voortstuwing.

De eerste vliegtuigen met een turbojet vlogen tijdens de tweede wereldoorlog; de ontwikkeling van de straalmotor vond gelijktijdig plaats in zowel Duitsland als het Verenigd Koninkrijk. De Duitsers deden deze ontwikkeling overigens nadat ze kennis geno-



men hadden van een patent van de Britten, maar waren in 1939 wel de eersten die een vliegtuig met straalmotor de lucht in hadden. Beide landen kregen hun ontwerp zo ver in 1944 om operationeel in te zetten, in de Duitse Messerschmitt Me 262 en de Britse Gloster Meteor.



Schematische weergave van een turbojet. Bron: <https://w.wiki/9vzM>.



Gloster Meteor F.3s fighter jet. Bron: <https://w.wiki/9vzk>.

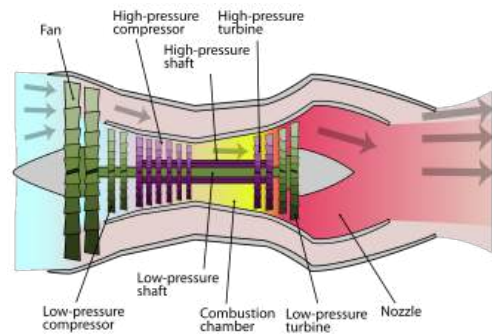


Boeing B-52D strategic bomber, voorzien van in totaal 8 turbojets. Merk op dat de diameter van de motoren klein is. De buik van het vliegtuig is "anti-flash white" geschilderd, om nucleaire thermische straling te reflecteren. Bron: [https://w.wiki/\\_t72r](https://w.wiki/_t72r).

Kenmerkend voor een turbojet is dat de diameter redelijk klein is, en dat de motoren flink wat toeren draaien om genoeg lucht te krijgen. Daardoor maken ze een ze behoorlijk kabaal en gebruiken ze ook nog eens een hele hoop brandstof. Niet gek dus dat ze vooral helemaal in het begin van de *jet age* gebruikt werden, bijvoorbeeld in de eerste versies van de Boeing 707 in het begin van de jaren 60.

## Fan van de turbo

Om de bovengenoemde problemen van de turbojet aan te pakken, werd de turbojet al in de loop van de jaren 60 ingehaald door de turbofan. Het principe hierachter is simpel: naast de compressor drijft de turbine ook een veel groter schoepenblad aan wat nog voor de motor geplaatst is en wat fungeert als propellor. Belangrijk hierbij is de zogenaamde *bypass ratio*; het aandeel van de lucht wat niet in de verbrandingskamer beland maar langs de motor stroomt en op die manier voor voortstuwing zorgt.



Schematische weergave van een (low-bypass) turbofan. Bron: <https://w.wiki/9vzk>.

Het is niet moeilijk voor te stellen dat turbofans veel efficiënter zijn dan turbojets: bij turbofans wordt een groot deel van de voortstuwing direct mechanisch bewerkstelligd, in plaats van via het thermische proces van compressie, verbranding, drukverhoging en van daaruit voortstuwing.

Moderne vliegtuigen zoals de Boeing 787 Dreamliner gebruiken high-bypass motor met een bypass ratio van wel 9 : 1, dat wil zeggen: van alle lucht die de motor binnenkomt wordt maar 10 procent voor verbranding gebruikt. Deze motoren zijn enorm veel groter, maar ook tot wel 6x krachtiger dan de oude turbojets uit de jaren 60.<sup>1</sup> Turbofans draaien uiteraard veel langzamer dan de kleine turbojets, waarbij het

<sup>1</sup>Vergelijk een Pratt & Whitney J57-P met een General Electric GENx.

indrukwekkend te noemen is dat deze gigantische turbofans met hun compressors nog genoeg druk weten te creëren om tot ontbranding te komen.



Boeing 787 met grote turbofan motoren. Bron: <https://w.wiki/3jn9>.

## Afterburner

Tot slot wil ik graag nog een leuk trucje met jullie aantstippen waartoe straalmotoren in staat zijn: de afterburner. Hierbij combineren we eigenlijk het principe van de ramjet en de turbojet: in de nozzle van de motor wordt extra brandstof gespoten om extra stuwkracht te krijgen. Een afterburner, ook wel *reheat* genoemd, kan toegepast worden op zowel turbojets (grofweg voor de jaren 70) als turbofans (vanaf de jaren 70).



Concorde vlak na opstijgen met duidelijk de afterburners van de 4 straalmotoren te zien. Bron: [http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk\\_news/3209441.stm](http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk_news/3209441.stm).

Misschien wel het beroemste voorbeeld van een vliegtuig met afterburner is natuurlijk de Concorde. Oorspronkelijk waren de motoren van de Concorde bedoeld zonder reheat, maar omdat het vliegtuig zo'n 20% zwaarder uitviel, werd de afterburner toegevoegd om 20% meer vermogen te krijgen, voornamelijk voor tijdens het opstijgen (zie fantastische afbeelding). De afterburner werd ook nog gebruikt om door de gluidsbarrière te breken, maar op kruissnelheid van 2 Mach werd hij niet gebruikt om brandstof te besparen. Overigens gebruikte de Concorde uit efficiëntieoverwegingen turbojets (!), omdat bij supersonische snelheden grotere turbofans te veel luchtweerstand zouden opleveren.



Lockheed SR-71 Blackbird. 's Werelds snelste vliegtuig kruiste met Mach 3.2 op maar liefst 26 km hoogte. Bron: [https://w.wiki/\\_t72T](https://w.wiki/_t72T).

Als laatste wil ik nog even kijken naar de straalmotoren van de Lockheed SR-71 Blackbird, het snelste vliegtuig ooit gebouwd. Deze motoren zitten echt stampvol interessante techniek.<sup>2</sup> Het zijn afterburning turbojets met, naast de redelijk gebruikelijke variabele nozzle, luchtinlaten met variabele geometrie. Hiermee werd de supersonische schokgolf precies op de juiste positie van de motoren gehouden. In tegenstelling tot de Concorde gebruikt de SR-71 zijn afterburners wél op kruissnelheid van 3.2 Mach. Langs de turbojet lopen speciale luchtkanalen<sup>3</sup> naar de achterkant, waar de afterburner zit, zodat op deze snelheid de motoren in feite als ramjet gebruikt kunnen worden! Bij een snelheid van meer dan Mach 3 was ruim 82% van de voorstuwing aan het ramjet-effect te danken. Op deze snelheden was de SR-71 het meest efficiënt; toen tijdens een missie boven 3.2 Mach gevlogen werd om raketten te ontlopen bleek het brandstofverbruik zelfs lager dan verwacht!

<sup>2</sup>Waar online ook super veel over te vinden is, kan je zo een hele avond op rabbit-holen. Zie (naast Wikipedia) ook <https://www.sr-71.org>.

<sup>3</sup>Bezoek <https://w.wiki/9vz4> voor een gedetailleerde beschrijving van hoe dit precies werkt.

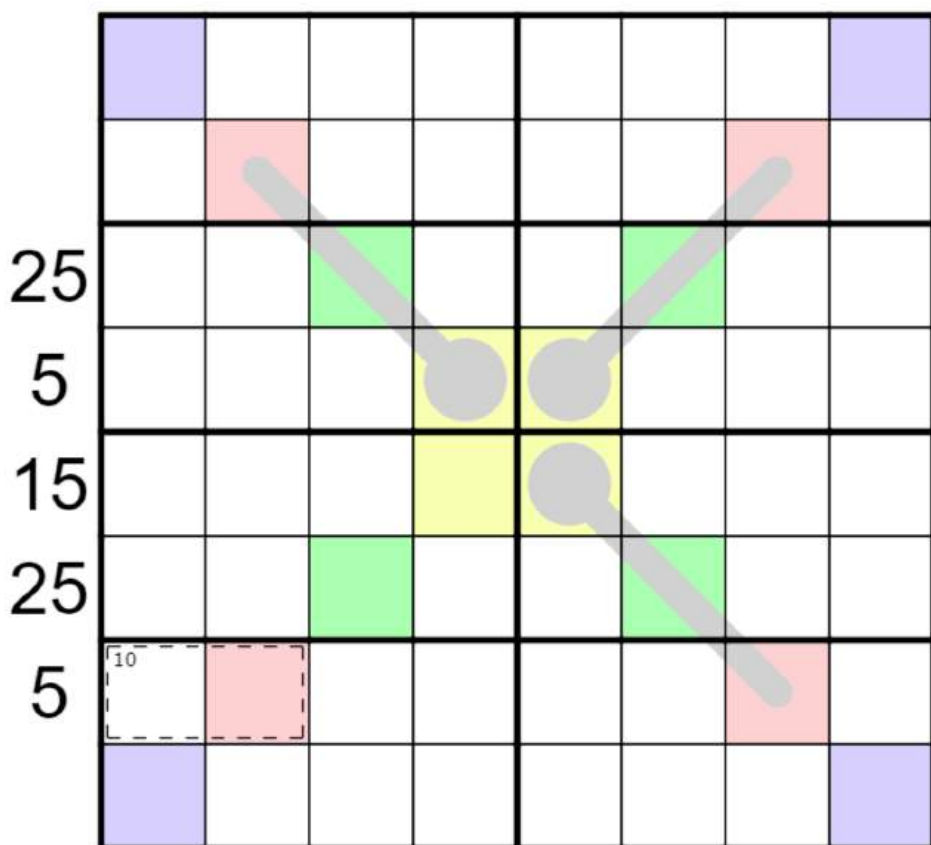


# Groepensudoku

Lara Timmers

Heyy, voor deze editie van de Vakidoot ben ik weer terug met een sudoku. Ik hoop dat jullie een beetje hebben genoten van de vorige. Deze heeft waarschijnlijk wat vreemdere regels dan je normaal gesproken ziet in een sudoku. Om te beginnen is het een 8x8 sudoku, wat betekent dat de getallen één tot en met acht in elke rij, kolom en twee bij vier rechthoek moeten staan. Verder zijn er thermometers, waarop getallen moeten oplopen. Het getal aan het eind is dus groter dan het getal ervoor enzovoort, en ze mogen niet gelijk zijn. De “killer cage” linksonder betekent dat de getallen in de cage optellen tot tien. De cijfers links van de sudoku geven de som van de getallen die tussen de 1 en de 8 in die rij staan. Bijvoorbeeld, als een rij de getallen 2 5 4 6 8 3 7 1 heeft staan, dan is de clue gelijk aan  $3+7=10$ . De laatste regel is enigszins geïnspireerd door rotatiesymmetrie: getallen op de diagonalen die even ver van het midden liggen vormen groepjes. Deze groepjes tellen op tot achttien mogen geen herhalende getallen hebben. Voor de duidelijkheid zijn deze groepjes nog gekleurd, waarbij elke kleur staat voor een apart groepje wat optelt tot 18. De sudoku is hier beneden te maken. Als je hem online wilt maken is er hier ook een link: <https://f-puzzles.com/?id=26jp33e2>.

Bedankt aan Kevin voor het testen. Veel plezier!



# Drijvende frisbees

Margo Assenbergh

De badeendjes uit 1992, de legoblokjes uit 1997 en de MSC Zoe milieuramp van 2019; allemaal incidenten waarbij er in één keer een grote hoeveelheid plastic in de oceaan terecht kwam. Al dat plastic verspreidt zich en spoelt op allerlei plekken aan, maar kunnen we weten waar het uiteindelijk terechtkomt? En kunnen we van een aangespoeld stuk plastic ontdekken waar het in de oceaan gedumpt is?

Om een stuk plastic in de oceaan te simuleren heb je oceaanmodellen nodig. Hier wordt al een langere tijd onderzoek naar gedaan en voor bepaalde gebieden (vaak met zo min mogelijk kust en minder ingewikkelde stromingen) werken deze modellen redelijk goed. Zodra je echter naar bijvoorbeeld de Noord- of Waddenzee gaat kijken, wordt het een stuk moeilijker. Dan kom je er zomaar achter dat we eigenlijk weer terug naar de tekentafel moeten om een model te bouwen dat het afgelegde pad van een plastic deeltje goed simuleert. Om deze modellen te testen, is het noodzakelijk om metingen te doen en je model hiermee te vergelijken.



**Figuur 1** Een drifter.

Dit is precies waar de onderzoeksgroep onder leiding van Erik van Sebille mee bezig is. In november 2023 en eind april 2024 zijn zogenaamde drifters in de Waddenzee losgelaten om deze metingen te doen. De drifters van dit project worden vaak beschreven als een soort frisbee<sup>1</sup> met een GPS tracker erin. Het bijzondere aan deze drifters is dat ze slechts de stroming van de bovenste 'laag' van de zee meten. In deze hogere laag is er bijvoorbeeld meer invloed van de wind vergeleken met een diepere laag in de oceaan. Je kan de drifters volgen op deze sites: [oceanparcels.org/waddenmap](https://oceanparcels.org/waddenmap) (november 2023) en [oceanparcels.org/waddendrifters](https://oceanparcels.org/waddendrifters) (april 2024).

In de afbeelding hieronder is het resultaat van het drifterexperiment in november te zien. Hieruit kan je eigenlijk bijna geen conclusies trekken. Er zijn dus nog wat extra stappen nodig om de data te kunnen analyseren en vervolgens te vergelijken met een oceaanmodel.



**Figuur 2** De resultaten uit het experiment.

Tot nu toe heeft de onderzoeksgroep gezien dat er nog een hoop werk aan de winkel is om op de juiste manier plastic te simuleren in de Waddenzee. Het lastige zit hem in het 'grid' van de oceaanmodellen. Deze moet klein genoeg zijn om kleine verschillen in de beginposities van de drifters te kunnen onderscheiden. Het lastige is dat een super fijn grid niet overal in de Waddenzee nodig is en veel rekencapaciteit kost.

Het onderzoek van Erik van Sebille bedroeg 24 drifters, wat eigenlijk niet genoeg is om er statistiek op los te laten. Dan hoor ik je al denken 'waarom gooien we er dan niet meer in de zee?'. Dat is makkelijker gezegd dan gedaan! De drifters zijn namelijk best duur en je kunt jezelf afvragen of het wel nodig is om zoveel extra plastic en elektronica in de oceaan te gooien voor het onderzoek. Het antwoord vinden op de vraag waar een stuk plastic heen gaat is dus best ingewikkeld.

<sup>1</sup>Als ik het woord 'frisbee' lees, hoor ik altijd Boris Johnsons frisBEE, [https://youtu.be/QHee\\_jb\\_s1A?si=KseHvEwFidrb9xy](https://youtu.be/QHee_jb_s1A?si=KseHvEwFidrb9xy) (red.).



©Arie Kievit

# Hoe houd ik mijn leven op de rails??

André van Ginkel

Het zal jullie oplettende lezers niet voorbij gegaan zijn dat uw liefthallig auteur nogal een treinenfanaat is.<sup>1</sup> Uit marktonderzoek en uitgebreide gesprekken met het testpanel van de Vakidioot, bleek echter dat het volk meer meetskunde wil, en minder treinenfeitjes. Daarom schrijf ik voor deze ene keer een compromis voor jullie: overgangscurves op het spoor.

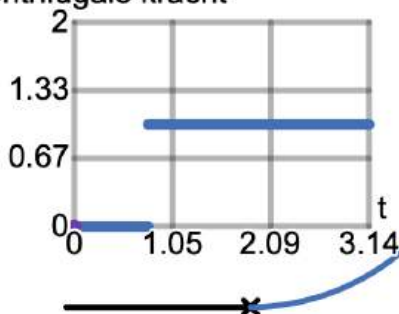
Al sinds het begin van het sporennet in Europa, maar ook de rest van de wereld, kwamen ingenieurs een probleem tegen waar ze niet zomaar omheen konden. Omdat een trein over het algemeen geen stuur heeft, moeten de rails om een obstakel heen sturen. De naieve oplossing die toen bedacht werd bleek echter erg oncomfortabel, zo beschrijft de Amerikaanse ingenieur Arthur Wellington in 1887<sup>2</sup>:

"[...] the worst effect usually comes from entering and leaving a curve, [...] the line instantly changes from a tangent to a sharp curve. The consequence is, inevitably, a disagreeable lurch and 'thud'; which would be much worse than it is except that the trackman (degene die het spoor bouwt, red.) with his bar corrects the errors of the engineer with his transit by 'easing off' the curve at the ends, extending [...].

Met Desmos<sup>3</sup> kunnen we het effect dat Wellington beschrijft makkelijk berekenen. Stel dat je een trein<sup>4</sup> laat rijden op een parametrische curve, die begint als lijn en op een gegeven moment overgaat in een cirkel. Zoals je kan zien in de figuur (en zoals je je ook kan voorstellen) neemt de centrifugale kracht ineens heel erg toe op het punt dat je de cirkel in komt. Aangezien

we in de natuurkunde alles altijd continu differentieerbaar beschouwen zie je dan dus ook dat de afgeleide van deze kracht — ook wel de *ruk* of *jerk* genoemd — oneindig hoog is op deze overgang.

centrifugale kracht



Een recht stuk spoor dat overgaat in een cirkel.

Dit type spoorontwerp leidt dus tot het effect waar Wellington het over had. Dit effect van *ruk* kun je ook voelen als je in een bus zit. Het is geen probleem als

<sup>1</sup>hit me up voor gesprekken over treinen, en mijn favoriete website [treinposities.nl](https://www.treinposities.nl)

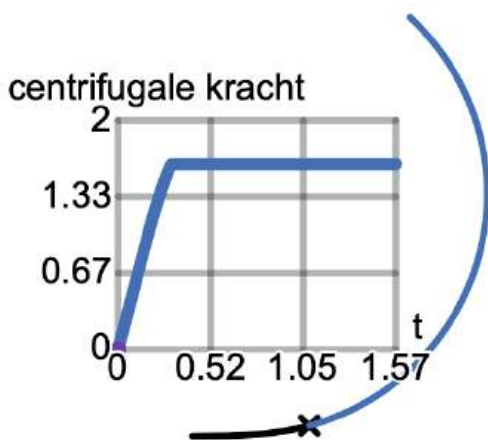
<sup>2</sup>The Economic Theory of the Location of Railways: An Analysis of the Conditions which Govern the Judicious Adjustment of Gradients, Curvature and Length of Line to Each Other and to the Character and Volume of Traffic

<sup>3</sup>Alle plaatjes van dit artikel kun je zelf bekijken en manipuleren met de volgende link: <https://www.desmos.com/calculator/morv1lgnae>

<sup>4</sup>Voor het gemak een monorail trein

de chaffeur van bus 28 jou hard door de bocht heen sjeest<sup>5</sup>; je kunt immers naar links of naar rechts leunen. Als de chaffeur echter opeens hard van rechts naar links stuurt, en jij leunde naar rechts, dan val je om.

De spoorwegingenieurs hadden op een gegeven moment dit feit ook wel door, en dus keken ze naar manieren om deze overgang van recht naar een cirkelboog wat comfortabeler te maken. De curve tussen het rechte stuk spoor en je cirkelboog heet een overgangscurve, en er werd vroeger in de spoorwegbouwkunde aardig wat tijd besteed aan deze overgangscurves mooi krijgen. Een simpel voorbeeld van een overgangscurve is de kubische overgangscurve, te zien in het figuur hieronder. Deze curve doet al een stuk beter het werk om de *ruk* beperkt te houden.



Een stuk spoor dat begint met  $y = x^3$ , om vervolgens over te gaan in een cirkelboog.

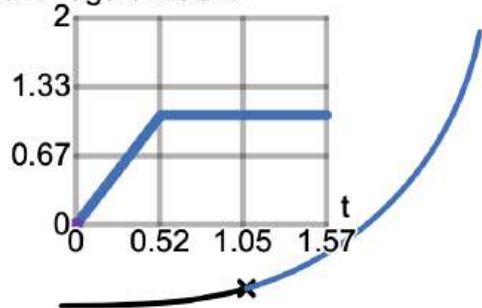
De echte golden standard van de overgangscurves was op een gegeven moment de Eulerspiraal, ook wel de clothoid genoemd. Deze curve heeft een alsmaar lineair toenemende kromming, en wordt gegeven door

$$x(t) = \int_0^t \cos(u^2) du$$

$$y(t) = \int_0^t \sin(u^2) du$$

welke je ook wel kan herkennen als twee Fresnel integralen. Als je nu goed oplet, zie je dat de kubische overgangscurve en de Eulerspiraal bijna precies hetzelfde zijn, wat ook goed verklaarbaar is door het feit dat deze kubische overgangscurve een Taylorbenadering is van de Eulerspiraal, waarbij je slechts 1 term toelaat. Het grote voordeel echter van de Eulerspiraal ten opzichte van de kubische overgangscurve is dat de Eulerspiraal het snelste van alle curves de overgang van rechte lijn naar cirkelboog kan maken.

centrifugale kracht



Een stuk spoor dat begint in de Eulerspiraal en overgaat in een cirkelboog.

Helaas haalt de werkelijkheid zelfs de Eulerspiraal in, en zijn er tegenwoordig overgangscurves met betere eigenschappen dan die van de Eulerspiraal. Zo kun je je voorstellen dat je ook graag zou willen dat de *snap*<sup>6,7</sup>, de afgeleide van de *ruk*, ook continu is. Hiervoor kun je met de computer allerlei ingewikkelde splines bedenken om je probleem zo continu en differentieerbaar mogelijk op te lossen.

Zo blijkt maar weer dat de alledaagse wereld alleen comfortabel is als alles continu differentieerbaar genoeg is. Gelukkig vertellen de natuurkundigen ons dat alles altijd  $C^\infty$  is, dus we hoeven ons geen zorgen te maken!

<sup>5</sup>Fun fact: het woord *sjezen* betekende vroeger het zakken voor een examen

<sup>6</sup>Dit keer in het Engels, naar mijn weten is er namelijk geen vertaling voor *snap* naar het Nederlands :(

<sup>7</sup>Redactie: petitie om *snap* te vertalen met *hots*. Een andere term voor *snap* in het Engels is *jounce*, wat in het Nederlands vertaalt wordt met *hotsen*, wat stotend doorgaan betekent.



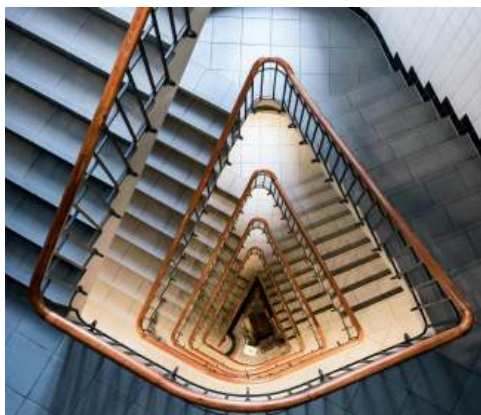
# De trap – uitgelegd

Margo van Assenberg

De trap, een object waar de gemiddelde lezer minstens één keer in diens leven gebruik van maakt. Momenteel<sup>1</sup> bevind ik mij in een situatie waar ik dagelijks minstens 72 trappen moet lopen.<sup>2</sup> Ondertussen ben ik van deze trap een echte kenner geworden. Daarom zal ik jullie eens haarfijn uitleggen wat een trap is.

Een trap gebruikt men in het algemeen om van de ene verdieping naar de andere verdieping te bewegen in een gebouw. Een trap bestaat uit treden, dat is eigenlijk een achtereenvolging van miniverdiepingen die de verbinding vormen naar de volgende grote verdieping.

Verschillende configuraties van deze miniverdiepingen resulteren in verschillende soorten trappen. Denk hierbij aan de standaard rechte trap, de kwartslag trap (die maakt een hoek van een half  $\pi$ ), de wenteltrap (die draait  $\varphi\pi$  waarbij  $\varphi$  een positief reëel getal is) of de bordestrap (die draait een half  $\pi$ , dan is er een grotere mini verdieping en dan draait ie weer een half  $\pi$ ). Als je opzoek gaat naar plaatjes van trappen, dan kom je ook hele bijzondere, misschien zelfs kunstige trappen tegen. Hier een paar voorbeelden die er voor mij uitsprongen (zie figuur 1 en 2).



Figuur 1 Mooi.

Je kan ook een trap hebben die niet draait en waarvan de volgende miniverdieping niet schuin boven de volgende mini verdieping zit, maar er recht boven. Dit heet een *ladder*.

Er zijn ook andere methoden om (met minder moeite) van verdieping te veranderen, denk aan een lift of een

roltrap. De laatste methode heeft wel het nadeel dat het maar één kant op werkt. Daarom zijn er vaak twee van naast elkaar.



Figuur 2 Ook mooi.

Van zulke eenrichtingstrappen zijn nog meer versies. Denk aan de glijpaal in de brandweerkazerne of aan een (water)glijbaan. Bij de glijbaan zou je nog vraagtekens kunnen zetten of dit wel *echt* eenrichtingsverkeer is, want ik zal vast niet de enige zijn die het vroeger leuk vond om in de glijbaan omhoog te klimmen.<sup>3</sup>

Als we het dan toch over water hebben en manieren om naar een andere verdieping te gaan, dan is het vanzelfsprekend dat *Minecraft* ook aan bod komt. Waterliften spelen een grote rol binnen verticaal transport in *Minecraft*. Wist je dat je met een bubbellift snel naar elke hoogte kunt gaan die je wilt, *zonder te verdrinken*? Vet cool dus. Er zijn ook nog wel andere manieren om liften te maken in *Minecraft* waar je geen water voor nodig hebt. Hiervoor verwijs ik je graag door naar de volgende site: <https://minecraft.fandom.com/wiki/Tutorials/Elevators>.<sup>4</sup>

Verder wil ik nog even aandacht geven aan het muizen-trappetje. Dat knutselwerkje dat je op de basisschool waarschijnlijk heel vaak gemaakt hebt. Je vouwt steeds twee stroken papier over elkaar heen en het resultaat is een papier torentje wat je kan lanceren. Erg leuk.

<sup>1</sup> Lees: op het moment dat ik dit schrijf, maar waarschijnlijk zal dit nog wel vaker gebeuren...

<sup>2</sup> Ik woon op de bovenste verdieping van een flat en de lift is stuk. Sip hè...

<sup>3</sup> Eenzelfde argument zou gemaakt kunnen worden voor de roltrap (red.).

<sup>4</sup> Editor's note: Het hof der trappen oordeelt deze link te lifterig. Consequenties zullen spoedig volgen.

# Commissiekleding: hoe kunnen we dat duurzamer aanpakken?

Veerle van den Hurk

Herken je het volgende beeld? Ergens in je kamer bevindt zich een lade vol van A-Eskwadraat artikelen, waarvan je een deel (bijna) niet gebruikt. Commissiekleding draagt bij aan het groepsgevoel en de zichtbaarheid op activiteiten. Maar als die items daarna zowat ongebruikt in een lade belanden, is dat natuurlijk zonde. In dit artikel proberen wij, de duurzaamheidswerkgroep, je ideeën te geven over het duurzamer regelen van commissiekleding.

Aangezien de kledingindustrie een grote impact heeft op klimaatverandering en bovendien voor onveilige en ongezonde werkomstandigheden zorgt, is het belangrijk dat we minder kleding consumeren. Het moge duidelijk zijn dat het *niet* kopen van nieuwe kledingstukken de duurzaamste optie is. Een commissie die hier al mee bezig is, is de Vakidoot. Hierover hebben wij een paar vragen gesteld aan de voorzitter, Margo van Assenbergh.

Zij vertelt ons dat de Vakidoot vorig jaar commissie-shirts bij de kringloop heeft gekocht en deze vervolgens heeft laten bedrukken: “We waren als commissie ook nog op zoek naar een commissie-uitje. Dit viel dus mooi te combineren. Niet iedereen heeft hetzelfde kleur shirt, maar dat is juist ook wel leuk. Iedereen heeft een shirt wat diegene leuk vindt uitgezocht, en daarna hebben we bij iedereen hetzelfde logo erop gedrukt.” De commissie krijgt ook veel positieve reacties op de kleding, en mensen vinden het een leuk idee om samen te gaan *thriften*.

Voor dit jaar heeft de commissie een nieuw idee: “We wilden vooral iets kiezen wat je veel gebruikt, een commissieshirt is dat niet per se altijd. Iedereen gebruikt *totebags* best veel.” De meeste commissieleden hebben al een *totebag* die ze kunnen gebruiken, elk jaar wordt dan het nieuwe vakidootlogo hierop gedrukt. Zo kan het commissie-item meerdere jaren mee.



**Figuur 1** De Vakidoot commissiekleding.

Als je er toch voor kiest om als commissie iets nieuws te kopen, dan kun je letten op een aantal dingen om de impact te beperken. Allereerst is het belangrijk om goed na te denken over het soort artikel dat je kiest. Wat is iets dat je vaker gaat en kan gebruiken? Wat kan je combineren met andere items in je garderobe? Ook kun je overwegen om een commissie-item aan te schaffen die door te geven is aan je opvolgers.

Als je eenmaal hebt bepaald wat voor artikel je wilt kopen, kun je nadenken over de materialen waaruit dat kledingstuk bestaat. Volgens Milieu Centraal is er helaas geen eenduidig antwoord op welk materiaal het duurzaamst is.<sup>1</sup> Een stof kan bijvoorbeeld een lage CO<sub>2</sub> uitstoot hebben, maar wel druk leggen op de waterhuishouding bij de teelt of verwerking van de grondstof tot uiteindelijk textiel.

Nu heeft *Vanaf Hier* (initiatief van de ASN bank) een overzicht gemaakt van de voor- en nadelen van verschillende materialen.<sup>2</sup> Wat in ieder geval helpt, is om kleding te kopen die van gerecyclede en maximaal twee materialen is gemaakt.

Denk je nu: wat leuk om over duurzaamheid gerelateerde onderwerpen na te denken binnen de context van A-Eskwadraat? Wij (Vera, Simone en Veerle) zijn op zoek naar leden die onze werkgroep willen versterken. Als je hierin geïnteresseerd bent, of je hebt ideeën waar wij als groep mee aan de slag kunnen, stuur een van ons dan een appje (geprefereerd communicatiemiddel) of mail naar duurzaamheidswerkgroep@aeskwadraat.nl (geen garantie op snelle reactie).

Nog even terugkomend op die lade met ongedragen A-Eskwadraat kleding: heb jij mentor- of helpertruien die je eigenlijk niet draagt? Stuur een van ons dan een appje. Wij willen inventariseren of het mogelijk is tweedehands truien aan te bieden bij de aankomende introductie.

<sup>1</sup><https://www.milieucentraal.nl/bewust-winkelen/kleding/zo-schaadt-kleding-het-milieu>

<sup>2</sup><https://www.vanafhier.nl/mode/de-meest-en-minst-duurzame-stoffen-voor-je-kleding>



# Kokkerellen met quaternions

Paul Stapel

“Mama mia! Er is weer een ananas op mijn Pizza prosciutto e funghi gevallen, ti parava!” Herken jij jezelf in dit authentiek Italiaanse scenario? Heb jij het gevoel dat je altijd paniekerig in de keuken staat te stuntelen? En is drank en/of vector calculus de enige escapade die je kan vinden van het steeds maar koken, eten, afwassen ad infinitum? Dan bied ik alvast mijn excuses aan voor het volgende artikel. Vandaag op het menu: een heerlijk recept voor rotaties zoals la mama ze maakte.<sup>1</sup>

## Wat gaan we maken?

Een rotatie met quaternions! Laten we beginnen vanuit het intuïtief beginsel. Simpel gezegd zijn quaternions een uitbreiding van de complexe getallen van 2 naar 4 dimensies. In plaats van één imaginair component  $i$ , krijgen we nu twee extra componenten  $j$  en  $k$  erbij. De quaternions worden dan opgespannen door de constanten  $1, i, j$  en  $k$ . Dat wil zeggen dat iedere quaternion te schrijven is als  $a + bi + cj + dk$ , waarbij  $a, b, c, d$  reële getallen zijn.

Vooraf belangrijk is hoe de componenten  $i, j$  en  $k$  zich tot elkaar verhouden. We definiëren de volgende relatie:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

Hierbij is voornamelijk het laatste verband met  $ijk$  interessant, want hieruit volgt dat  $ij = -ji = k, jk = -kj = i, ki = -ik = j$ .

Dit geeft ons dus dat deze getallen niet-commutatief zijn! Verder zijn ze zo gedefinieerd dat alle andere rekenregels die voor complexe getallen gelden ook voor deze quaternions gelden. Om vermenigvuldiging wat beter te visualiseren kun je de volgende multiplicatietabel raadplegen:

| $\times$ | $1$ | $i$  | $j$  | $k$  |
|----------|-----|------|------|------|
| $1$      | $1$ | $i$  | $j$  | $k$  |
| $i$      | $i$ | $-1$ | $k$  | $-j$ |
| $j$      | $j$ | $-k$ | $-1$ | $i$  |
| $k$      | $k$ | $j$  | $-i$ | $-1$ |

Figuur 1 Een Cayley tabel

Laten we dit snel wat formeler definiëren, voordat ik weer haatmails krijg van het departement wiskunde.

De set van de quaternions  $\mathbb{H}$ , is een vier-dimensionale vectorruimte over de reële getallen. We hebben aan de rekenregels al gezien dat  $\mathbb{H}$  een niet-commutatieve algebra over de reële is. Daar komen de eigenschappen dat quaternions associatief zijn over  $\mathbb{R}$  en dat deling door quaternions mogelijk is nog bij. Dit is erg interessant, want dit maakt  $\mathbb{H}$  één van de enige drie associatieve, eindig-dimensionale delingsalgebras

<sup>1</sup>Waarschuwing: geen vervanging voor een gebalanceerd dieet

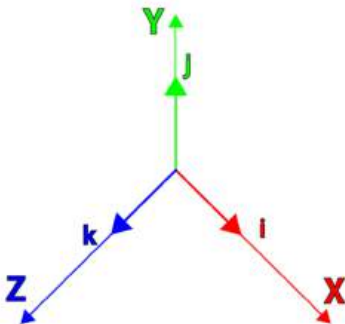
over de reële, naast  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{C}$ . Dit laat zien dat dit een best logische uitbreiding is van complexe getallen, ongeacht de ietwat arbitraire rekenregels.

We kunnen al snel zien dat de set  $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$  een groep vormt onder multiplicatie, aangezien vermenigvuldiging van de basisvectoren steeds weer een basisvector geeft (zie de tabel). Deze groep wordt  $Q_8$  genoemd. Laten we dan weer snel terug gaan naar de toepassing, voordat ik de natuurkundigen verlies.

## Het hoofdstuk waar ik uitleg wat je met quaternions kan doen

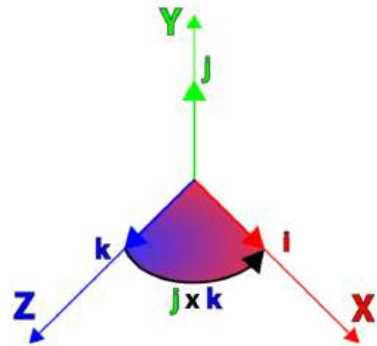
Dit is het hoofdstuk waar ik uitleg wat je met quaternions kan doen. Ik hoor je namelijk al denken: “Paul, leuk dat je al deze onzin uit zit te kramen, maar wat de vak kan je ermee? En waarom ga je ermee koken?” Ik snap het, ik snap het; wat de boer nie’ kent, dat vreet ‘ie niet. Gelukkig dan maar dat ik er ben om het door jullie strot te duwen <3.

Laten we beginnen met een wat intuïtievere manier om quaternions te visualiseren. Ons beperkt brein kan maar drie dimensies aan, dus laten we daar beginnen. We beschouwen de drie-dimensionale deelruimte opgespannen door de vectoren  $i, j, k$ . Loodrecht op deze 3D-ruimte staan dan de reële getallen.



**Figuur 2** Drie-dimensionale ruimte opgespannen door de vectoren  $i, j, k$ .

Beschouw nu een vermenigvuldiging van links met  $j$ , gevolgd door een vermenigvuldiging van rechts met  $-j$  (de geconjugeerde van  $j$ ). Deze afbeelding stuurt de eenheid 1 naar  $j \cdot 1 \cdot (-j) = 1$  en  $j$  gaat naar  $j \cdot j \cdot (-j) = j$ . We zien dus dat zowel het reële deel als de lijn opgespannen door  $j$  constant blijft. Verder wordt  $k$  op  $j \cdot k \cdot (-j) = -k$  en  $i$  op  $j \cdot i \cdot (-j) = -i$  afgebeeld. We concluderen dat de actie  $u \mapsto j \cdot u \cdot (-j)$  het  $ik$ -vlak roteert met een hoek van  $180^\circ$ .



**Figuur 3** De rotatie gegeven door vermenigvuldiging met  $j$ .

Interessant! In het algemeen geldt dat conjugatie

$$v \mapsto qv\bar{q}$$

een rotatie geeft om de vector  $q$ , zolang  $q$  van de vorm  $q = ai + bj + ck$  is met  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Nu hoeven we alleen nog te bedenken hoe we de hoek van onze wenteling kunnen bepalen.

We doen dit door de formules van Euler uit te breiden naar de quaternion-ruimte. In 2D kennen we deze als  $e^{i\theta} = \cos \theta + i\theta$  voor een hoek  $\theta$ . Als  $u = ai + bj + ck$  nu een quaternion is met  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  dan kan men met behulp van Taylor-reeksen de volgende uitbreiding bewijzen:

$$e^{u\theta/2} = \cos \theta/2 + u \sin \theta/2.$$

Een draaiing om de vector  $u$  met hoek  $\theta$  wordt dan gegeven door de volgende functie:

$$v \mapsto e^{u\theta/2} v e^{-u\theta/2}.$$

## But why?

Oké, leuk, je kan dus rotaties doen met quaternions. Er zijn echter wel echt best goede redenen om ook daadwerkelijk met quaternions te werken. Laten we snel even naar deze voordelen gaan, om daarna eindelijk het recept te delen.

Om te beginnen worden quaternions vaak binnen game engines gebruikt omdat ze makkelijke manieren geven om hoeken te draaien. In plaats van het opstellen van een matrix, wat soms best wat moeite kan kosten, kan je de genormaliseerde normaalvector  $u$  opstellen en de hoek  $\theta$  specificeren. Dit is vaak vrij intuïtief te doen. Daarnaast houden computernerds



van runtime en storage, en er geldt dat quaternions beter werken dan matrices in beide aspecten. Quaternions gebruiken namelijk 4 getallen voor opslag (versus 9), en de rotatie kost ook minder operaties dan rotaties via Euler hoeken (rotatie door 3 loodrechte cirkels in 3D te laten draaien). Ook wordt gimbal-locking voorkomen, maar omdat ik dat een ontzettend saai onderwerp vind, ga ik daar verder geen woorden aan vuil maken. Womp womp of wat de jongeren tegenwoordig dan ook zeggen.

Floating point errors moeten ook bij numerieke computaties in acht genomen worden, en je hebt vast weleens gezien hoe een game animatie heel erg groeit of uitrekt vanwege een bug in de graphics. Wat hier vaak gebeurt is dat je rotatiematrix niet goed genormaliseerd wordt, en dat de floating point errors langzaam opstapelen totdat de animatie niet meer goed begrensd is. Een matrix kan soms best irritant zijn om te normaliseren, maar met een quaternion is dat al een heel stuk makkelijker.

Als laatste hebben we een super cool voordeel uit het feit dat we rotaties nu op twee manieren kunnen onderscheiden. Rechtsom of linksom draaien wordt namelijk toegestaan doordat we de oriëntatie van de rotatievector  $q$  kunnen kiezen. Punten draaien normaal gesproken rechtshandig, maar door de vector  $-q$  te kiezen zul je effectief een gelijke rotatie hebben, maar dan gewoon linksom. Je kan namelijk eenvoudig zien dat  $-qv(-\bar{q}) = qv\bar{q}$ . De rotatie blijft gelijk, maar je hebt nu de mogelijkheid om te kiezen hoe je tot de eindstand wilt komen. Dit is natuurlijk super handig voor gebieden als robotica, waar bijvoorbeeld een robotarm niet zomaar  $270^\circ$  kan draaien zonder klem te komen zitten.

## En dan nu: het recept!

### Ingrediënten:

- Een vector of verzameling vectoren die gerooteerd moeten worden;
- De normaalvector van het vlak waarover ge-draaid wordt;
- De hoek van rotatie.

## Bereidingswijze

Stap 1: Maak een mise en place:

```
import numpy as np

hoek = np.pi/4

punt = [0, x-coördinaat, y-coördinaat, z-coördinaat] #Nemen een punt
punten = np.array([punt1, punt2, punt3]) #Of meerdere punten

normaal = [x-coördinaat2, y-coördinaat2, z-coördinaat2] #
```

Python

Stap 2: Normaliseer je normaal vector:

```
np.linalg.norm(normaal)
```

Python

Stap 3: Stel de rotatievector  $q$  op:

```
q = [np.cos(hoek), normaal[0]*np.sin(hoek),
     normaal[1]*np.sin(hoek), normaal[2]*np.sin(hoek)]
```

Python

Stap 4: Conjugeer je vector  $q$ :

```
def quaternion_vermenigvuldiging(q1, q2):
    w1, x1, y1, z1 = q1
    w2, x2, y2, z2 = q2
    w = w1 * w2 - x1 * x2 - y1 * y2 - z1 * z2
    x = w1 * x2 + x1 * w2 + y1 * z2 - z1 * y2
    y = w1 * y2 + y1 * w2 + z1 * x2 - x1 * z2
    z = w1 * z2 + z1 * w2 + x1 * y2 - y1 * x2
    return [w, x, y, z]
```

Python

Stap 5: Bereid je quaternion vermenigvuldiging voor:

```
def quaternion_vermenigvuldiging(q1, q2):
    w1, x1, y1, z1 = q1
    w2, x2, y2, z2 = q2
    w = w1 * w2 - x1 * x2 - y1 * y2 - z1 * z2
    x = w1 * x2 + x1 * w2 + y1 * z2 - z1 * y2
    y = w1 * y2 + y1 * w2 + z1 * x2 - x1 * z2
    z = w1 * z2 + z1 * w2 + x1 * y2 - y1 * x2
    return [w, x, y, z]
```

Python

Stap 6: Voeg alles toe tot een frisse, overheerlijke quaternion rotatie:

```
def quaternion_rotatie(punt, q):
    tussen_product = quaternion_vermenigvuldiging(q, punt)
    return quaternion_vermenigvuldiging(tussen_product, conjugeer(q))

geroteerd_punt = quaternion_rotatie(punt, q) #Normaliseer voor lekkerste resultaat
```

Python

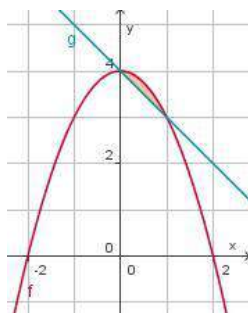
# Omwentelingslichamen

Waarom zou je dat doen?

Quirijn Kokkeler

Als je dit leest, is de kans vrij groot dat je op de middelbare school hebt gezeten. Daarmee ook dat je veel vakken moest volgen die je eigenlijk niet interessant of nuttig vond. Waarschijnlijk zaten er zelfs bij de vakken die je wel leuk vond onderwerpen die je gestolen konden worden. Toch gaan we even een trip down memory lane maken om een van de meest nutteloze onderwerpen die je ooit op de middelbare school hebt gekregen te bekijken. Extra bijzonder is dat dit onderwerp binnen een vakgebied valt dat voor ons wel interessant is; de wiskunde. Gezien het thema van deze vakidioot kan het maar over één ding gaan: omwentelingslichamen.

Voor degene die hun middelbareschooltijd al hebben verdrongen, even een snelle opfrisser. Over het algemeen werd er een plaatje zoals te zien in figuur 1 op het smartboard gegooid.<sup>1</sup> Je kreeg de bijbehorende functies  $f$  en  $g$  erbij en de vraag was: 'Wat is de inhoud



Figuur 1 Grafiek

van het omwentelingslichaam door het ingesloten vlak te wentelen rond de  $x$ - of  $y$ -as?' In het geval van Figuur 1 is het de  $x$ -as. Nu dat allemaal weer helder is, kunnen we doorgaan met waarom dit onderwerp zo nutteloos was en eigenlijk geen bestaansrecht heeft.

## Wat is hier het praktisch nut van?

Hier kunnen we heel kort over zijn: dat is er niet. Op de middelbare school wordt vaak gezegd dat je 'er nooit meer wat mee gaat doen' – over het algemeen betekent dit gewoon dat je ergens geen zin in hebt, zij het een essay voor Engels, drie biologieboeken uit je hoofd leren, sprookjes uit het Latijn vertalen, en noem maar op – maar ik denk dat omwentelingslichamen één van de weinige onderwerpen zijn die je echt nooit meer gaat tegenkomen, wat je ook gaat doen met je leven. De enige uitzondering hierop is als je docent wiskunde wordt, maar dan is het enige doel ervan dit nutteloze onderwerp aan anderen weer te moeten leren.

Een andere reden waarom dit onderwerp zo verschrikkelijk is, is dat het geen nieuwe wiskundekennis toevoegt. Eigenlijk kun je het hele concept terugbrengen tot het volgende: "In plaats van dat we een functie  $f(x)$  integreren over een interval  $[a, b]$ , integreren we de functie  $\pi(f(x))^2$  over het interval  $[a, b]$ ." Dan zou je denken, 'maakt niet uit! We besteden er even één

les aan en gaan dan verder.' Daar komt ook nog eens bij dat er een goede kans is dat je zo'n opgave al kunt oplossen zonder ooit een integraal op te schrijven. In veel gevallen blijkt het omwentelingslichaam namelijk een bekend figuur te zijn, zoals een kegel bijvoorbeeld. Dan kun je simpelweg de bijbehorende formule voor het volume gebruiken en klaar is Kees. Dit is ontzettend zonde van de tijd naar mijn mening. Tijd die ofwel gebruikt kan worden voor nuttigere wiskundevaardigheden zoals bewijzen (toevallig een onderwerp dat na 2017 uit het eindexamenprogramma is verwijderd), ofwel om meer tijd te kunnen besteden aan moeilijkere onderwerpen waar veel studenten tegenaan lopen (looking at you, cirkelmeetkunde).

## Word je er überhaupt wel op getoetst?

Wat dit feit nog zuurder maakt, is dat er een vrij goede kans is dat het niet eens terug zal komen in je eindexamen. Als je teruggaat in de archieven van het examenblad, zul je ook zien dat in ongeveer de helft van de examens er niet eens naar wordt gevraagd. Bovendien zijn de vragen die gesteld worden vaak slechts rond de 4 van de in totaal zo'n 75 punten waard, dat zal niet echt veel verschil maken.<sup>2</sup> Het is eigenlijk bijna zonde van de tijd om zoveel aandacht te besteden aan een onderwerp in de wiskundeles dat op het eindexamen toch niet heel belangrijk is.

## Conclusie

Na het lezen van dit artikel ben je, als het goed is, tot de enige logische conclusie gekomen die er is: dat het concept van omwentelingslichamen overduidelijk uit het examenprogramma geschrapt moet worden. Gaat dat pijn doen? Dat hangt ervan af wie je het vraagt. Leerlingen? Nee. Docenten? Wellicht. Zij moeten hun leerlingen een kwart jaar ergens anders mee gaan irriteren.

<sup>1</sup>Bron: <https://info.math4all.nl/MathAdoreOpgaven/vb-bb35-print.html>.

<sup>2</sup>Bron: <https://www.examenblad.nl/2024/vwo/vakken/exacte-vakken/wiskunde-b-vwo>.

# Absurde aerodynamica van de Formule 1

Van ondersteboven rijden tot 6,5 keer de zwaartekracht ervaren in een bocht

Bram Janssen

Formule 1 is een sport die officieel bestaat sinds 1950. Ondanks dat de meeste sporten veel langer bestaan dan 74 jaar, is er bijna geen enkele sport die zoveel veranderd is. Vroeger waren, vanuit een aerodynamisch standpunt, de auto's niet veel meer dan een cilinder op 4 wielen (zie figuur 1). Inmiddels zijn auto's, zowel op de weg als in de Formule 1, enorm veranderd. Dit artikel neemt je mee de diepte in van de Formule 1, en zal uitleggen hoe de bizarre techniek ervoor zorgt dat de auto's ondersteboven zouden kunnen rijden en hoe een coureur met 6,5g door de bocht kan gaan.

## Snelheid?

Ondanks dat niet iedereen expert is in Formule 1, weet iedereen wel één ding; de auto's gaan enorm hard. Het is echter niet zo dat een F1-auto een veel hogere topsnelheid heeft dan auto's op de weg. De topsnelheid van een F1-auto ligt meestal rond de 340 km/h – er zijn 'normale' auto's zoals de Bugatti Chiron die gemakkelijk boven de 400 km/h kunnen rijden. Toch zou een Bugatti Chiron op een racebaan geen schijn van kans hebben tegen een F1-auto; dat komt omdat een F1-auto veel sneller door een bocht kan gaan.



Figuur 1 Oude F1 auto

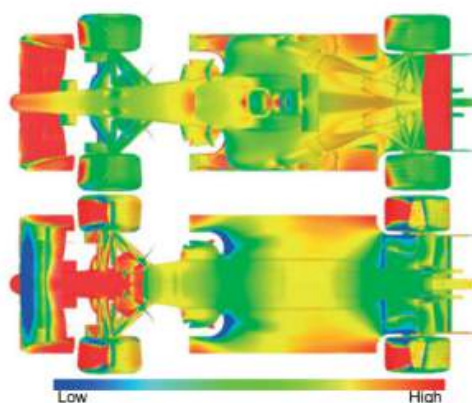
Een F1-auto heeft grip nodig om op de baan te blijven, maar ook om te sturen, te accelereren en om te remmen. De grip van een auto wordt bepaald door de wrijvingscoëfficiënt tussen de banden en de baan, het contactoppervlak van de band en het gewicht van de auto. De genoemde wrijvingscoëfficiënt kan onder andere beïnvloed worden door bijvoorbeeld het type asfalt, de natheid, temperatuur van de baan, maar ook of er recent gereden is en door wat voor soort auto's.

## Massa en gewicht

Belangrijk is om goed het verschil tussen massa en gewicht te snappen. De massa van een object is een grootheid die evenredig is met de hoeveelheid materie,

dit wordt uitgedrukt in kilogrammen. Gewicht is de kracht die een voorwerp uitoefent op de 'ondergrond'. Dit wordt dus veroorzaakt door de zwaartekracht maar ook door versnellingen.

Het gewicht van een F1-auto is ook enorm belangrijk voor de hoeveelheid grip. Bij een F1-auto is de (zwaartekracht veroorzaakt door de) massa meestal niet de belangrijkste factor van het gewicht. Een groot deel van het gewicht komt van de downforce die de auto produceert. Volgens Mercedes-AMG PETRONAS Formula 1 Team produceert een moderne F1-auto bij ongeveer 150 km/h evenveel downforce als zijn eigen zwaartekracht<sup>1</sup> en op topsnelheid ergens tussen de 3 en 4 keer zijn eigen zwaartekracht (Mercedes, 2022). Dit betekent hypothetisch dat op een snelheid hoger dan 150 km/h een F1-auto ondersteboven zou kunnen rijden. En dat terwijl de auto meer dan 795 kg is!



Figuur 2 De luchtstroom van een F1 auto

De downforce wordt gegenereerd door een verschil in druk boven en onder de auto. Onder de auto wil je over het algemeen een lagere druk hebben en boven

<sup>1</sup>Dus de helft van het gewicht wordt veroorzaakt door de downforce en de andere helft voor de zwaartekracht.

de auto een hogere druk. Op die manier wordt de auto als het ware op de weg ‘vastgezogen’, wat enorm veel grip geeft. Bijna elk deel van de auto helpt wel op een manier om de downforce te verhogen, maar we gaan specifiek naar de voorvleugel, de achterelevleugel en de vloer kijken.

## Downforce genereren

De voorvleugel genereert downforce, maar is daarnaast ook belangrijk voor het reguleren van de luchtstroom over de rest van de auto – dit gebeurt door de *endplate*. Endplates geven een richting aan de luchtstroom, zodat deze *langs* de wielen gaat en niet *over* de wielen, want dat zou voor ongewenste turbulentie zorgen. Tegenwoordig zijn de wielen uitgelijnd met de uiterste punten van de voorvleugel. Daarom draaien de endplates weg van de auto: zo gaat de lucht langs de wielen en ontstaat er geen ongewenste turbulentie.

De wing flaps sturen lucht naar de vloer en radiatoren. De flaps zitten lager dan de neus van de auto. Dit zorgt ervoor dat er genoeg lucht naar de radiatoren gestuurd wordt. Als dat niet gedaan wordt, kan de motor te warm worden en het begeven; dan maakt het ook niet meer uit hoeveel downforce je kan genereren.

Ook de achterelevleugel is verantwoordelijk voor veel downforce. Je kan in figuur 3 zien dat de achterelevleugel een curve omhoog heeft. Dit zorgt ervoor dat de wind die erlangs gaat, de vleugel, en daarmee de hele achterkant van de auto, naar beneden duwt.



Figuur 3 Achterelevleugel

Zoals je kan zien in figuur 3 heeft de achterelevleugel van de RB19 geen endplates zoals bij een voorvleugel. Je kan je misschien afvragen waarom dat zo is, want met endplates zou de lucht minder kans hebben om langs de zijkant te ontsnappen. Daarmee zou meer lucht recht over de achterelevleugel gaan, waardoor de druk op de achterelevleugel hoger zou zijn. Dit is ook allemaal zo, maar dit laat weer zien dat het nooit zo simpel

is in Formule 1. Een achterelevleugel creëert een vortex achter de auto, die invloed heeft op de luchtstroom langs het achterwiel en de vloer van de auto. Het bleek dat de veranderde invloed van de vleugel met gebogen punten een dusdanig positief effect had, dat dit model voorkeur had over het traditionele model met endplates.

In figuur 3 kun je ook zien dat er iets in het midden van de achterelevleugel zit. Dit is het DRS, ook wel drag reduction system. Het doel van het systeem zit in de naam; het is bedoeld om de weerstand te verlagen. De manier waarop die dat doet, is door de bovenste flap omhoog te trekken totdat die horizontaal is. Hierdoor is er een stuk minder oppervlak in de wind en daarmee minder weerstand. Dit geeft de auto een hogere topsnelheid, maar ook minder downforce, wat zo belangrijk voor grip is. Dat is waarom DRS alleen op bepaalde zones in rechte stukken gebruikt mag worden. Je hebt de downforce namelijk nauwelijks nodig als je in een rechte lijn rijdt; alleen om op de grond te blijven. Aan het einde van het rechte stuk gaat de flap weer dicht en krijg je de downforce weer terug voor de volgende bocht waar het wel heel hard nodig is.

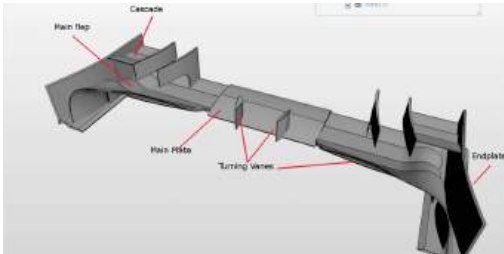


Figuur 4 Verskil tussen wel en geen DRS

In 2022 zijn de regulaties voor het bouwen van de auto's wederom veranderd. Ditmaal met het doel om de auto's makkelijker achter elkaar te laten rijden, waardoor er hopelijk meer inhaalacties zijn en dus meer spanning. De manier waarop ze dit wilden doen was door de 'vieze lucht' van de auto's te verminderen. Die 'vieze lucht' is de lucht die van de auto aan de achterkant eraf komt. Deze lucht is verstrooid door alle aerodynamica van de chassis, bijvoorbeeld doordat de wind via de achterelevleugel omhoog gaat. Er is een soort vacuüm achter de auto, omdat de lucht weg van de auto wordt gestuurd en direct zich weer achter de auto kan bevinden. Als je op een recht stuk rijdt, is dat fijn als je direct achter iemand rijdt, want dan heb je minder luchtweerstand. In de bochten is dit echter



nogal slecht, want dan mis je een stuk downforce. De FIA (Federation Internationale de l'Automobile) heeft daarom besloten om in de nieuwe regulaties meer downforce vanuit de vloer van de auto te halen en minder van de achtervleugel en andere delen van de auto.



**Figuur 5** Voorvleugel

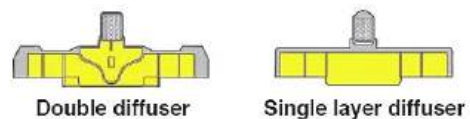
## De vloer

Met de nieuwe regulatie zijn de F1-auto's zogenaamde ground effect auto's. Het gaat er nu meer om dat de auto op de baan wordt vastgezogen dan vastgedrukt. In figuur 6 kun je zien hoe je lucht wordt verspreid onder de vloer van de auto. Rechts heb je de voorkant van de auto. Van de voorwielen komt er vieze lucht af. We willen niet dat die turbulente lucht langs de hele vloer gaat; het kan zorgen voor stukjes met hogere druk bij de rest van de vloer, wat slecht is voor de balans van de auto. Daarom wordt die vieze lucht zo snel mogelijk aan de zijkant van de vloer weggestuurd. Zie de rode pijltjes in figuur 6. De grote blauwe pijlen weergeven de bulk van de luchtstroom langs de vloer. Aan de voorkant van de auto is de vloer hoger van de grond af dan in het midden van de auto. Dit zorgt ervoor dat de lucht zich langs de vloer versnelt, wat zorgt voor een lagedrukgebied onder de vloer waardoor de auto aan de vloer wordt gezogen.



**Figuur 6** F1-topdown

Aan de achterkant van de vloer zit de diffuser. Vlak voor de diffuser wordt de lucht nog verder versneld, wat het laagste punt van druk onder de vloer creëert. De vloer in de diffuser is weer verder van de grond af dan het midden van de auto. Dit zorgt ervoor dat de lucht de auto verlaat met een snelheid die relatief is aan de rest van de lucht. Teams moeten erg oppassen met het vormgeven van de diffuser. Het kan namelijk zo zijn dat de diffuser de luchtstroom als het ware kan 'splijten', wat de effectiviteit van de vloer weer flink vermindert. De diffuser is ook een plek waar veel te winnen is, aangezien het verantwoordelijk is voor heel veel downforce. Brawn GP heeft in 2009 met een effectiever ontwerp, namelijk de double diffuser zoals te zien in figuur 7, de competitie weggeblazen in het enige jaar dat het team heeft meegedaan.



**Figuur 7** Diffuser

## Conclusie

Het doel van dit artikel was om te laten zien hoe complex de aerodynamica van een Formule 1 auto is. De aerodynamica compleet uitleggen kan namelijk niet in 3 pagina's. Mocht je er dus geïnteresseerd in zijn, dan spoor ik je aan om zelf verder de literatuur in te duiken. Er zijn talloze interessante artikelen en papers te lezen over de technische kant van F1. Verder zijn de tech-talk video's op het officiële F1 YouTube account een goede instap om er meer over te leren, zonder heel diep de techniek in te duiken. Spreek mij vooral aan als je het met iemand wilt hebben over de bizarre aerodynamica van Formule 1.

# Waarom klompen weer in moeten zijn

Blokkie hout aan je voeten

Boer'n Hanneke en Hugo

Klompen, iedereen kent ze. Die houten dingen die alle boeren dragen. Nu kunnen we het op onze klomp aanvoelen dat jij dit misschien een beetje raar vindt. Nu breekt onze klomp om te denken aan een wereld zonder klompen. Daarom leggen wij jullie stadsmensen even haarfijn uit over deze schoonheid.

## De geschiedenis van deze fashion

Nu zien we je al denken, die blokken hout uit Nederland. Maar niks is minder waar, ze vormen een belangrijk onderdeel van de Nederlandse cultuur en hebben een rijke geschiedenis die teruggaat tot vele eeuwen geleden.

De oorsprong van klompen is enigszins vaag, maar het wordt algemeen aangenomen dat ze voor het eerst werden gedragen in ons prachtig mooie Nederland. Zo zijn ze stevig, praktisch, goedkoop en kunnen ze tegen natte en modderige omstandigheden, perfect voor boeren zoals wij dus!

In de loop der eeuwen werden klompen niet alleen gedragen als praktische schoenen voor boeren, maar zijn ze ook een waar fashion-item geworden.<sup>1</sup> Ze werden gedragen bij speciale gelegenheden en festivals, en vormden ook inspiratie voor kunst en ambachtelijke vormen.



**Figuur 1** Lederen klompen, links open achterkant en rechts een dichte.

Hoewel klompen tegenwoordig minder alledaags zijn dan in het verleden, blijven ze een symbool van Nederland. Ze worden nog steeds geproduceerd en gedragen, zowel de traditionele houten als de moderne zwarte klompen. Bovendien worden ze vaak verkocht als souvenirs aan toeristen die Nederland bezoeken, waardoor ze een blijvend cultureel icoon zijn dat de eeuwenoude traditie van het Nederlandse platteland weerspiegelt.

## Hoe worden klompen gemaakt

Denk je van: 'Ik wil zo'n mooi fashion item maar al te graag', dan is dit de manier. Vind een mooi blokje hout, het liefst van de populier. Laat het blok hout eerst even in water weken en pak dan je beitel of zet het in een

speciale draaibank. En dan wentelen wentelen wentelen maar.<sup>2</sup> Hierdoor ontstaat de prachtige vorm van de klomp. Daarna nog even de binnenkant uithollen en je bent bijna klaar. Nog een beetje schuren zodat ze mooi glad zijn en nog een leuk kleurtje en patroontje geven. Nu ben je klaar om te gaan shinen!



## Waarom klompen dragen?

Nu lekker lang te hebben gekletst over wat klompen precies zijn, hoe ze gemaakt worden en hun rijke geschiedenis kan het natuurlijk zijn dat je nog niet helemaal overtuigd ben. Omdat we nog niet de klompen naar huis willen brengen, hebben we wat redenen op een rijtje gezet waarom jij klompen moet gaan dragen.

Ten eerste, zoals al tig keer eerder gezegd, zitten klompen heel comfortabel. Klompen moeten immers eerst goed ingelopen worden, waarna ze perfect op je voeten passen en steun bieden waar nodig.

Ten tweede zijn ze erg makkelijk. Tegenwoordig worden klompen geproduceerd met een open en gesloten achterkant zoals te zien is in figuur 1. De gesloten achterkant is zodat de klomp stevig blijft zitten terwijl de open achterkant er juist voor zorgt dat je zo in en uit je klomp kan gaan, een soort houten sloffen eigenlijk.

En als laatste, je ziet er gewoon fantastisch uit met klompen! Niks is zo mooi als zo een schoon Nederlands blokkie hout aan je voeten met die mooie kleurtjes, of gewoon lekker in het moderne zwart. Dus aarzel niet, en koop die klompen!

<sup>1</sup>En dit zijn ze nogsteeds.

<sup>2</sup>Grappig hè, we hebben gewoon het thema erin verwerkt.



*You know, I'm something of a scientist myself*

## The Crazy Quiz

Paul Stapel

“Wat wil jij later worden?” Zoals bij veel jongeren wordt de angst mij al ingeboezemd als ik aan deze vraag denk. Je hoort vaak antwoorden zoals onderzoeker, data analyst, professor, bla, bla, bla, snurk, snurk, snurk. Dat werkt toch niet! Ik heb een veel beter idee. Je moet gewoon antwoorden *wie* je wilt worden, in plaats van *wat* je wilt worden. Om hierbij te helpen is hier een verstrooide wetenschapper persoonlijkheidstest.

### 1. Wat is je lievelingsvak?

- a) Elektrodynamica [6p]
- b) Definieer “vak” [3p]
- c) Statistische fysica [1p]
- d) De Vakidoot [8p]
- e) Onderbouw wiskunde [5p]

### 2. Heb je lol in het leven?

- a) Ja [5p]
- b) Haha, goeie [-5p]

### 3. Wat is je favoriete eten?

- a) Apfelstrudel [2p]
- b) Bloemkool en raap (lekker vegaaaaa) [4p]
- c) Instant noodles [7p]
- d) Wijn [6p]
- e) Waarom zou je eten? [-2p]

### 4. Hoe zou jij je relaties beschrijven?

- a) Christelijk en kuis [0p]
- b) Mijn partners zijn het liefst dubbel mijn leeftijd [3p]
- c) Ik ben heel blij als ik met mijn partner ben. (ledige waarheid) [10p]
- d) Mijn partner is een duif [8p]
- e) Ik voel me vaak leider van een sekte [5p]

### 5. Wat is je favo hobby?

- a) Quirky zijn [8p]
- b) Wandelen en/of schaatsen [-2p]
- c) De lier spelen [4p]
- d) Hijsen [6p]
- e) Moeilijke vragen stellen [4p]

**6. Favoriet getal?**

- a) 243,000,000 ( $0 = 0$ ) [4p]
- b)  $1.380649 \cdot 10^{23}$  [1p]
- c) 3, 6, 9, ... etc. [7p]
- d) 10 [3p]
- e) e [5p]

**7. Grootste character flaw?**

- a) Ik maak nooit iets af [5p]
- b) Bonen [7p]
- c) Ik heb een aandachtstekort [8]
- d) Ik denk net iets teveel na [-1p]
- e) Ik doe een master in wiskunde [100p]

**8. Zweer jij eerlijk te hebben geantwoord?**

- a) Ja [0p]
- b) Nope [5p]

Tel je punten nu bij elkaar op. Check daarna hieronder wie jij later gaat worden!

< 10 punten

**Ludwig Boltzmann**

Kras! Jij bent echt een typische Ludwig Boltzmann; geboren en gestorven om Statfys te doen. Jij zal later geweldige theorieën bedenken over vakgebieden die niemand interesseert. Hoewel je af en toe een beetje depressief kan worden, vinden mensen jou een heel respectabel persoon. Vergeet niet af en toe wat te ontspannen door auf dem Holzweg zu gehen.

10-25 punten

**Kurt Gödel**

Jij bent 100% Kurt Gödel. Brilliant in logica en wiskunde kan jij alles makkelijk beredeneren. Hoewel je brein groots is, kun je, je in de praktijk wat incompleet en paranoïde voelen. Misschien heb je mommy-issues, en zoek je daarom iemand om dit gat te vullen. Vergeet echter niet; elke opvulling die je bedenkt brengt weer eigen gaten met zich mee.

25-35 punten

**Pythagoras**

Je weet wat ze zeggen:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Ook jij bent je bewust van deze kosmische waarheid. Jij wordt later Pythagoras. Naast dat jij leuke wiskunde uit gaat vinden, zal jij doodsangst uitstralen in de nabijheid van bonen en een grote sekte oprichten om de jongeren te radicaliseren. En dit alles met een pita gyros in de hand  $\omega\pi\alpha$ .

35-50 punten

**Nikola Tesla**

Jij bent de waanzin zelve: Nikola Tesla. Bijwerkingen bestaan uit, maar zijn niet beperkt tot: weinig slaap; obsessie met het getal 3, zodanig dat je elke handeling driemaal uit probeert te voeren; haat naar mensen die schoenen of sierraden dragen; een hekel aan ronde objecten; het spreken van 7 talen; een liefdesobsessie met duiven.

>50 punten

**Een student mathematical sciences**

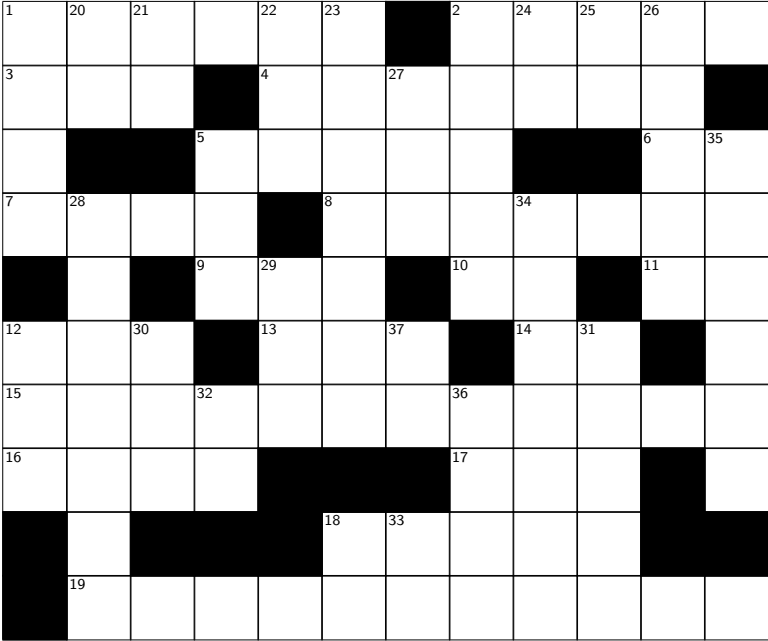
Oei, jouw toekomst lijkt gevuld te zijn met de master mathematical sciences. Dat is niet erg hoor, maar het is misschien maar eens goed om na te denken over hoe je later brood op tafel krijgt. Nouja, zolang je maar niet specialiseert in "Logic" of "Algebraic Geometry and Number Theory" of "Differential Geometry, Topology and Lie Theory" komt het vast wel goed. Anders heb je altijd nog McDonald's.



# Kruiswoordpuzzel

Alvin

Het postvakje van de Vakidoot blijkt razend populair te zijn. Er is namelijk **nóg** een kruiswoordpuzzel binnengekomen! Voor de vorige editie, 'Buitenaards', heeft Hugo uitgezocht hoe je 'makkelijk' een kruiswoordpuzzel in  $\LaTeX$  kan zetten. Nu is het aan Margo om het trucje af te kijken en aan de lezer om deze leuke puzzel op te lossen!



## Horizontaal

- 1. Nuttig
- 2. Modes
- 3. Berg
- 4. Schappelijk
- 5. Kruid
- 6. Knock Out
- 7. Visual
- 8. Bedelgift
- 9. Reanimatieapparaat
- 10. En anderen
- 11. Kleine afstand
- 12. Tijdperk
- 13. God
- 14. Over
- 15. Herkansingen
- 16. Batterij
- 17. Hoi
- 18. Ik geloof
- 19. Botanisch bezig zijn

## Verticaal

- 1. Smeersel
- 2. Niet complexe
- 5. Muziekgenre
- 12. Europese Hematology Association
- 18. Radioactieve eenheid
- 20. Inleiding
- 21. Nondeterministisch
- 22. Ierse verzetspartij
- 23. Onder spanning
- 24. Tussenwerpsel
- 25. Persoonlijk voornaamwoord
- 26. Euro's
- 27. Projectieplaat
- 28. Stad (NL)
- 29. Stad (Gelderland)
- 30. Boog
- 31. Energie maatschappij
- 32. Frans persoonlijk voornaamwoord
- 33. Email antwoord
- 34. Menselijke structuur
- 35. Vloeistofstroom
- 36. Verkeersdoorstroom
- 37. Oude testament

# Brams Besties Betogen

## Maagomwentelende Achtbaan Misvattingen Rechtgezet

Simon Vos

In de hoop om de continuïteit van BBB te waarborgen, dacht ik eens goed na wanneer je nog meer met hoge snelheden langs een steile helling naar beneden stort. Gezien het thema van deze Vakidoot Wentel is, was dit bruggetje al snel gevonden: achtbanen. Iets minder bekend dan mijn kaasliefde is namelijk mijn liefde voor pretparken, en als er één ding is dat pretparkgekkies zoals mij irriteert, dan is dat wel misvattingen over achtbanen. Daarom zal ik een aantal van deze misvattingen in dit artikel recht proberen te zetten.

Een veelbesproken onderwerp dat ik wel eens oppik uit gesprekken tussen achtbaannewbies is het over de kop gaan in een achtbaan. De technische term voor zo'n element is een inversie. Een voorbeeld van zo'n inversie is de welbekende looping. Echter, ik hoor vaak in gesprekken dat inversies met loopings worden verward. Hier draait de maag van menig pretparkgekkie van om. Een bekend voorbeeld van een inversie die geen looping is, is de kurkentrekker, maar er zijn nog veel meer soorten inversies. Simpele zijn bijvoorbeeld de in-line twist of heartline roll, maar je hebt ook wat complexere zoals de cobra roll en de tongbreker die de "270° inverted corner stall"<sup>1</sup> wordt genoemd (zie figuur 1).

Andere gesprekken over achtbanen monden in mijn ervaring al snel uit in een gesprek over hoe veilig achtbanen eigenlijk zijn. "Wat als de stroom uitvalt?" of "Maar straks botsen de karretjes op elkaar!" zijn citaten die ik weleens gehoord of gelezen heb.

De eerste vraag heeft een redelijk snel antwoord: niet zo veel. Mocht je nog in het station staan of omhoog getakelt worden, dan blijf je gewoon stilstaan en gebeurt er niks. Mocht je al snelheid hebben opgebouwd, dan maak je het traject over het algemeen gewoon af en stoppen de remmen je aan het eind. De opgebouwde kinetische en hoogte-energie is namelijk de grootste factor in het behouden van de snelheid bij een achtbaan, en die zet je niet zomaar uit (helaas voor de Newton-haters).

Ik weet in ieder geval dat dit is voorgekomen in een Jimmy Neutron aflevering, al kon ik zelf de betreffende aflevering niet terugvinden.<sup>2</sup> Er zijn wel kleine uitzonderingen waar het toch kan gebeuren, maar dat is alleen bij specifieke achtbanen het geval, zoals powered coasters, waar de achtbaankarretjes constant worden aangedreven door een wiel, of bepaalde lanceerachtbanen, waar het niet altijd lukt om de karretjes over de eerste heuvel heen te lanceren.



**Figuur 1** Verschillende inversies met of zonder looping. Linksboven de enige looping van de Python in de Efteling, rechtsboven de cobra roll in de Speed of Sound in Walibi Holland en onder de 270° inverted corner stall van Untamed, ook in Walibi Holland.

Wat betreft botsende karretjes: dat kan eigenlijk ook niet gebeuren. Misschien is het je wel eens opgevallen dat er bij sommige achtbanen in het midden van de baanverloop opeens een stel remmen zijn die eigenlijk niets of amper iets doen. Dit zijn zogenaamde blokremmen en deze deelt de baan op in verschillende secties, bloksecties genaamd. Mocht het systeem van de achtbaan een karretje detecteren in een dergelijke bloksectie, dan worden de remmen ingeschakeld en wordt een ander karretje altijd tegengehouden. Zo kunnen de karretjes niet tegen elkaar aanbotsen, tenzij een mens het systeem van de achtbaan overruled, wat helaas wel eens is voorgekomen.<sup>3</sup> Dit soort gevallen halen dan altijd het nieuws, maar zijn uiterst zeldzaam.

<sup>1</sup>Duidelijk een Amerikaanse uitvinding, gezien de overdreven epische naam.

<sup>2</sup>Editor's note: dit speelt zich af in Retroland, mogelijk in de aflevering "lights! camera! danger!". Meer onderzoek is echter nodig.

<sup>3</sup>Bron: <https://www.loopings.nl/weblog/4294/Gruwelijk-achtbaanongeluk-veroorzaakt-door-menselijke-fout.html>



Studievereniging  
A-Eskwadraat  
Nummer 3  
2023-2024